

**Segunda Lista de Exercícios de Geometria Analítica e Álgebra  
Linear - Sem 1/2014**

- (1) Calcule o volume do tetraedro que tem vértices em  $A = (1, 1, 0)$ ,  $B = (3, 2, 0)$ ,  $C = (a, b, c)$  e  $D = (d, e, f)$ . Sendo que:  
o ponto  $C$  está no plano  $xy$ ,  
o vetor  $\vec{AC}$  forma um ângulo de  $\pi/4$  com o vetor  $\vec{AB}$ ,  
o comprimento de  $\vec{AC}$  é  $\sqrt{10}$ ,  
a primeira coordenada de  $C$  é maior que a sua segunda coordenada.  
o ponto  $D$  é obtido fazendo  $A + [(\vec{AC} \wedge \vec{AB}) + (\vec{AC} - \frac{1}{2}\vec{AB})]$ .
- (2) Encontre um vetor  $\vec{u}$  tal que:  
 $\vec{u} \wedge (1, 1, 0) = (-1, 1, 0)$   
 $\langle \vec{u}, (1, 1, 0) \rangle = 2$   
Depois encontre a projeção  $\vec{p}$  de  $\vec{u}$  sobre  $\vec{v} = (3, 2, 2)$ . Calcule o volume do tetraedro determinado por  $\vec{p}$ ,  $\vec{u}$  e o vetor  $(0, 1, 0)$ .
- (3) A partir do vértice de um cubo trace uma diagonal do cubo, de lados  $a$ , e uma diagonal de uma face; a seguir calcule o ângulo entre essas duas diagonais e a área do triângulo determinado por essas duas diagonais e uma aresta do cubo. Resposta:  $\arccos(\sqrt{6}/3)$  e  $\sqrt{2}a^2/2$ .
- (4) Determine a projeção do vetor  $\vec{u} = (2, -1, 3)$  sobre o plano  $xy$  e sobre o plano definido pelos pontos  $O = (0, 0, 0)$ ,  $A = (2, 3, -1)$  e  $B = (-3, 2, 0)$ . Resposta:  $(0, -1, 3)$  e  $1/91(142, -151, 13)$ .
- (5) Escreva uma equação geral do plano que passa pelo ponto  $A = (2, 1, 3)$  e pela intersecção dos planos  $2x - y - z = 2$  e  $xy$ . Resposta:  $6x - 3y - z = 6$ .
- (6) Dados  $A = (2, 3, 6)$  e  $B = (4, 1, -2)$ , escreva uma equação geral de um plano  $\pi$  tal que a distância de um ponto arbitrário de  $\pi$  até  $A$  é a mesma distância deste ponto até  $B$ . Resposta:  $x - y - 4z + 7 = 0$ .
- (7) Dados  $A = (2, 1, 3)$ ,  $B = (4, 1, 1)$  e  $C = (0, 0, 0)$ , escreva as equações paramétricas da reta que contém a mediana relativa ao lado  $AB$  do triângulo  $ABC$ . Resposta:  $x = 3t, y = t, z = 2t$ .
- (8) Determine o ponto do plano  $ax + by + cz + d = 0$  mais próximo da origem. Resposta:  $1/(a^2 + b^2 + c^2)(ad, bd, cd)$ .

(9) Dadas as retas

$$\begin{array}{rcl}
 x & = & 2 - t \\
 r : y & = & 1 + 3t \\
 z & = & 5 + t
 \end{array}
 \quad
 \text{e}
 \quad
 \begin{array}{rcl}
 x & = & t \\
 s : y & = & 4t \\
 z & = & 2 + 3t
 \end{array}
 ,$$

determine sua posição relativa, a distância entre elas e encontre as equações paramétricas da reta simultaneamente perpendicular a  $r$  e a  $s$ . Resposta: reversas,  $7/\sqrt{90}$  e  $x = 109/90 + 5t, y = 436/90 + 4t, z = 507/90 - 7t$ .

(10) Determine o ponto simétrico do ponto  $P = (2, 1, 3)$  em relação ao ponto  $A = (3, -1, 1)$ , depois em relação à reta  $(x, y, z) = (1 - 2t, t, 2 + t)$  e depois em relação ao plano  $2x - 2y + 3z = 2$ . Resposta:  $(4, -3, -1), (0, -1, 1)$  e  $(-2/17, 53/17, -15/17)$ .

(11) Dados  $A = (2, 1, 3), B = (4, -1, 1)$  e o plano  $\pi : 2x - y + 2z = 3$ , determine as equações paramétricas de uma reta  $r$  contida em  $\pi$  tal que todo ponto de  $r$  equidista de  $A$  e  $B$ . Resposta:  $x = 2 - 3t, y = 1 - 4t, z = t$ .