

2. (2.0) Sejam $\varphi : A \rightarrow B$ uma função, $C \subseteq A$ e $D \subseteq B$. Mostre que:

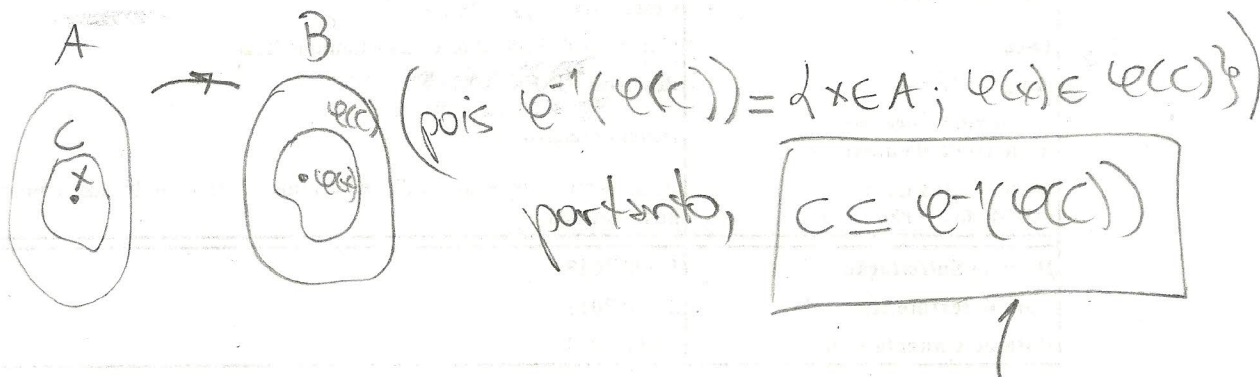
(i) $C \subseteq \varphi^{-1}(\varphi(C))$.

(ii) $\varphi(\varphi^{-1}(D)) \subseteq D$.

(iii) $\varphi^{-1}(\emptyset) = \emptyset$.

(i) $C \subseteq \varphi^{-1}(\varphi(C))$ $C \subseteq A, D \subseteq B$

Dado $x \in C$, temos que $\varphi(x) \in \varphi(C)$, logo $x \in \varphi^{-1}(\varphi(C))$,



(ii) $\varphi(\varphi^{-1}(D)) \subseteq D$

Dado $y \in \varphi(\varphi^{-1}(D)) \Rightarrow y = \varphi(x); x \in \varphi^{-1}(D), \Rightarrow$

$\Rightarrow y = \varphi(x)$ e $\varphi(x) \in D \Rightarrow y \in D$

$\therefore \varphi(\varphi^{-1}(D)) \subseteq D$

(iii) $\varphi^{-1}(\emptyset) = \{x \in A; \varphi(x) \in \emptyset\}$. Como $\emptyset$ não possui elementos,

$\forall x \in A$ temos que $\varphi(x) \notin \emptyset$, logo $\varphi^{-1}(\emptyset) = \emptyset$.

3. (2.5) Sejam R uma relação de equivalência em um conjunto A e $a, b \in A$. Mostre que:

(i) Se aRb então $a \in [b]$.

(ii) Se $a \in [b]$ então $b \in [a]$.

(iii) Se $b \in [a]$ então $[a] = [b]$.

(iv) Se $[a] = [b]$ então aRb .

Págs. 37 e 38 (Apostila)