Faculdade de Ciências

Cursos: Bacharelado em Ciência da Computação e Bacharelado em Sistemas de Informação
Disciplinas: (1493A) Teoria da Computação e Linguagens Formais, (4623A) Teoria da Computação e Linguagens Formais e (1601A) Teoria da Computação
Professora: Simone das Graças Domingues Prado
e-mail: simonedp@fc.unesp.br
home-page: wwwp.fc.unesp.br/~simonedp/discipl.htm

Apostila 03 - Linguagens Livres de Contexto
Exercícios

(1) Considere a seguinte gramática: G = ({S}, {a,b}, S, P), onde P = { $S \rightarrow SS \mid aSa \mid bSb \mid \lambda$ }

a) Qual a linguagem gerada?
b) A gramática é ambígua
c) Para a palavra ***aabbaaaa***:
   - Construa uma árvore de derivação
   - Para a árvore construída, determine as derivações mais à esquerda e a mais à direita.

(2) Considere o fragmento de gramática abaixo apresentado. Mostre, através do exemplo abaixo, o problema típico de determinadas linguagens de alto nível – ambigüidade na construção de comandos condicionais aninhados. Use as árvores de derivação.

programa → ... <comando> ...
<comando> → <condicional>
<condicional> → if <expressão> then <comando>
<condicional> → if <expressão> then <comando> else <comando>
<expressão> → ....

Exemplo: if <expressão> then if <expressão> then <comando> else <comando>

(3) Considere a gramática G = ({S}, {a, b, c, +, *, (,), |}, S, P), onde

P = { $S \rightarrow SS \mid S{+}S \mid S^* \mid (S) \mid a \mid b \mid c \mid \lambda$ }

a) Qual é a linguagem definida por essa gramática.
b) Essa gramática é ambígua? Justifique.

c) Verifique se as cadeias abaixo pertencem à linguagem gerada por essa gramática, mostrando as respectivas seqüências de derivação:
- λ
- a (b | cc)* (de | λ) ea*
- a*b (ca* + bcc)* + λ
- (a*)*

(4) Construa as gramáticas livres de contexto que gerem as seguintes linguagens:
a) $L = \{a^n b^{2n} \mid n \geq 0\}$
b) $L = \{wcw^R \mid w \in \{a,b\}^*\}$
c) $L = \{ a^{k+1}\, b\, c^{2k}, k \geq 1\}$
d) $L = \{ a^k\, b^{2k}, k \geq 1\}$
e) $L = \{a^3 b^n c^n \mid n \geq 0\}$
f) $L = \{ a^m\, b^m\, c^n\, d^n, m \geq 1, n \geq 1\}$
g) $L = \{ a^m\, b^n\, c^{n+1}\, d^{2m}, m \geq 1, n \geq 1\}$
h) $L = \{ a^i\, b^j\, c^k , k = i+j,\ i \geq 1, j \geq 1\}$
i) $L = \{ a^i\, b^j\, c^k , i = j+k,\ i \geq 1, j \geq 1\}$
j) $L = \{ a^i\, b^j\, c^k , j = i+k,\ i \geq 1, j \geq 1\}$
k) $L = \{w \in \{0,1\}^* \mid$ w contém pelo menos três 1s$\}$
l) $L = \{w \in \{0,1\}^* \mid$ w começa e termina com o mesmo símbolo$\}$
m) $L = \{w \in \{0,1\}^* \mid$ o comprimento de w é ímpar$\}$

(5) Mostre que as gramáticas G_1 e G_2 geram a mesma linguagem:
- $G_1 = (\{S,A,B\}, \{a, b, c\}, S, \{ S \to A \mid B, A \to aAbA \mid c, B \to aS \mid aAbB\})$
- $G_2 = (\{S,A\}, \{a, b, c\}, S, \{ S \to aS \mid aAbS \mid c, A \to aAbA \mid c \})$

(6) Considere as gramáticas abaixo. Para cada uma, especifique a linguagem gerada e simplifique-a, se necessário.
(a) $G_1 = (\{S,A\}, \{a,b\}, S, P_1)$, onde $P_1 = \{S \to a \mid A \mid SS, A \to a\}$
(b) $G_2 = (\{S,A\}, \{a,b\}, S, P_2)$, onde $P_2 = \{S \to aSa \mid bSb \mid aAb \mid bAa, A \to aA \mid bA \mid \lambda\}$
(c) $G_3 = (\{S,A,B\}, \{a,b\}, S, P_3)$, onde $P_3 = \{S \to aS \mid AB, A \to bA, B \to AA\}$
(d) $G_4 = (\{S,A,B\}, \{a,b\}, S, P_4)$, onde $P_4 = \{S \to AaB \mid aaB, A \to \lambda, B \to bbA \mid \lambda\}$
(e) $G_5 = (\{S,A,B\}, \{a,b\}, S, P_5)$, onde $P_5 = \{S \to A \mid B, A \to aA \mid aAb \mid a, B \to Bb \mid aBb\}$
(f) $G_6 = (\{S,A,B\}, \{a,b\}, S, P_6)$, onde $P_6 = \{S \to aBS \mid bAS \mid \lambda, A \to bAA \mid a, B \to aBB \mid b\}$
(g) $G_7 = (\{S,A,B\}, \{a,b,c,d\}, S, P_7)$, onde $P_7 = \{S \to ABd, A \to aAb \mid \lambda, B \to bBc \mid \lambda\}$
(h) $G_8 = (\{S,A,B,C,D\}, \{a,b,c,d\}, S, P_8)$, onde $P_8 = \{S \to a \mid aA \mid B \mid C, A \to aB \mid \lambda , B \to Aa, C \to cCD \mid c,\ D \to ddd \}$
(i) $G_9 = (\{S,A,B,C,D,F\}, \{a,b,c,d,e,f\}, S, P_9)$, onde $P_9 = \{S \to aAa \mid A, A \to B \mid cCDd \mid \lambda , B \to bSbb \mid b \mid \lambda, C \to aaAaa \mid \lambda,\ D \to CDd \mid dD, E \to Ff,\ F \to eEe \mid f \}$
(j) $G_{10} = (\{S,A,B,C,D,F\}, \{a,b,c,d\}, S, P_{10})$, onde $P_{10} = \{S \to aAbB \mid cdC \mid E, A \to A \mid Bc , B \to dA \mid cBdc, C \to abEDd \mid Eabc \mid acDb,\ D \to Dac \mid cDa \mid acd,\ E \to aBbAc \mid \lambda, F \to CCc\}$

(7) Considere as gramáticas abaixo. Converta-as para as Formas Normais de Chomsky e Greibach

a) $G_1 = (\{S\}, \{a,b\}, S, \{S \rightarrow SS \mid a\})$
b) $G_2 = (\{S\}, \{a,b\}, S, \{S \rightarrow aSb \mid ab\})$
c) $G_3 = (\{S\}, \{a,b,c\}, S, \{S \rightarrow aSa \mid bSb \mid c\})$
d) $G_4 = (\{S\}, \{a,b,c\}, S, \{S \rightarrow aSbSc \mid ab \mid bc\})$
e) $G_5 = (\{S\}, \{a,b,c,d\}, S, \{S \rightarrow aSb \mid aSc \mid d\})$
f) $G_6 = (\{S\}, \{a,b\}, S, \{S \rightarrow aSbS \mid bSaS \mid ab \mid ba\})$
g) $G_7 = (\{S\}, \{a,b\}, S, \{S \rightarrow ab \mid aS \mid aaS\})$
h) $G_8 = (\{S, A\}, \{a,b,c\}, S, \{S \rightarrow aSbAbb \mid ab, A \rightarrow cA \mid c\})$
i) $G_9 = (\{S, A, B\}, \{a,b\}, S, \{S \rightarrow ABb|a, A \rightarrow aaA|B, B \rightarrow bAb\})$
j) $G_{10} = (\{S, A, B, C\}, \{a,b,c\}, S, \{S \rightarrow AaBab|abCc, A \rightarrow aAc|Bc, B \rightarrow bAb| bbc, C \rightarrow ab \mid ac \mid bc\})$

(8) Considere o Autômato com Pilha abaixo e responda às perguntas:

$M = (\{q_0,q_1,q_2\}, \{a,b,c,d,e\}, \{z,B\}, \delta, q_0, z, \{q_2\})$, onde:
$\delta(q_0,a,z) = \{(q_0,z)\}$
$\delta(q_0,a,B) = \{(q_0,B)\}$
$\delta(q_0,b,z) = \{(q_0,zB)\}$
$\delta(q_0,b,B) = \{(q_0,BB)\}$
$\delta(q_0,c,z) = \{(q_1,z)\}$
$\delta(q_0,c,B) = \{(q_1,B)\}$
$\delta(q_1,d,B) = \{(q_1, \lambda)\}$
$\delta(q_1,e,z) = \{(q_1,z)\}$
$\delta(q_1,e,B) = \{(q_1,B)\}$
$\delta(q_0, \lambda,z) = \{(q_2, \lambda)\}$

a) Desenhe um diagrama (grafo) de transições de estado para esse autômato
b) Verifique se a cadeia ***abaabceedd*** é aceita, mostrando a seqüência de movimentos executados pelo autômato.
c) Qual é a linguagem aceita pelo autômato?

(09) Considere o Autômato com Pilha abaixo e responda às perguntas:

$M = (\{q_0,q_1,q_2\}, \{a,b,c\}, \{z,A,B,C\}, \delta, q_0, z, \{q_2\})$, onde:
$\delta(q_0,a,z) = \{(q_0,AA)\}$
$\delta(q_0,a,A) = \{(q_0,AAA)\}$
$\delta(q_0,a,B) = \{(q_0,AAB)\}$
$\delta(q_0,b,z) = \{(q_0,BB)\}$
$\delta(q_0,b,A) = \{(q_0,BBA)\}$
$\delta(q_0,b,B) = \{(q_0,BBB)\}$
$\delta(q_0,c,A) = \{(q_1,A)\}$
$\delta(q_0,c,B) = \{(q_1,B)\}$
$\delta(q_0,\lambda,A) = \{(q_2,A)\}$
$\delta(q_0,\lambda,B) = \{(q_2,B)\}$
$\delta(q_1,a,A) = \{(q_1,\mathbf{A})\}$
$\delta(q_1,a,B) = \{(q_1,B)\}$
$\delta(q_1,b,A) = \{(q_1,\mathbf{A})\}$
$\delta(q_1,b,B) = \{(q_1,B)\}$

$\delta(q_1,c,A) = \{(q_0,\mathbf{A})\}$
$\delta(q_1,c,B) = \{(q_0,B)\}$
$\delta(q_1,c,C) = \{(q_2,\lambda)\}$
$\delta(q_2,a,A) = \{(q_2, \lambda)\}$
$\delta(q_2,b,B) = \{(q_2, \lambda)\}$
$\delta(q_2, c,A) = \{(q_1,CA)\}$
$\delta(q_2, c,B) = \{(q_1,CB)\}$

a) Desenhe um diagrama (grafo) de transições de estado para esse autômato
b) Verifique se a cadeia ***acbacbbbacca*** é aceita, mostrando a seqüência de movimentos executados pelo autômato.
c) Qual é a linguagem aceita pelo autômato?

(10) Qual a linguagem que é aceita pelo Autômato com Pilha Não Determinístico $M = (\{q_0,q_1,q_2\}, \{a,b\}, \{a,b,z\}, \delta, q_0, z\ \{q_2\})$ com as transições:

$\delta(q_0,a,z) = \{(q_1,a), (q_2,\lambda)\}$
$\delta(q_1,b,a) = \{(q_1,b)\}$
$\delta(q_1,b,b) = \{(q_1,b)\}$
$\delta(q_1,a,b) = \{(q_2,\lambda)\}$

Desenhe um diagrama (grafo) de transições de estado para esse autômato

(11) Considere o Exemplo 19 dessa apostila. Suponha que se troque o valor de $\delta(q_2, \lambda,0) = \{(q_3,\lambda)\}$ por $\delta(q_2,\lambda,0)= \{(q_0,\lambda)\}$. Qual é a linguagem aceita por esse novo Autômato? Como fica o grafo de transições?

(12) Construa Autômatos com Pilha Não Determinísticos que aceitam as seguintes linguagens:

a) $L_1 = \{a^n b^{2n} \mid n \geq 0\}$
b) $L_2 = \{wcw^R \mid w \in \{a,b\}^*\}$
c) $L_3 = \{a^n b^n c^{n+m} \mid n \geq 0, m \geq 0\}$
d) $L_4 = \{a^n b^{n+m} c^m \mid n \geq 0, m \geq 1\}$
e) $L_5 = \{a^3 b^n c^n \mid n \geq 0\}$
f) $L_6 = \{w \mid n_a(w) = n_b(w) + 1\}$
g) $L_7 = \{w \mid n_a(w) = 2n_b(w)\}$
h) $L_8 = \{a^i\, b^j\, c^k$, $i = j$ ou $j = k$, $i \geq 0, j \geq 0, k \geq 0\}$
i) $L_9 = \{w \in \{a,b\}^*\mid$ os números de as e de bs em w são iguais$\}$
j) $L_{10} = \{ w \in \{a,b\}^*\mid$ em w, os números de as é pelo menos igual ao número de bs$\}$

(13) Construa Autômatos com Pilha Não Determinísticos que aceita a Linguagem gerada pelas Gramáticas Livre de Contexto:

a) $G_1 = (\{S\},\{a,b\},S, P_1)$ com $P_1 = \{S \rightarrow aSbb \mid aab\}$
b) $G_2 = (\{S, A, B\},\{a,b\},S, P_2)$ com $P_2 = \{S \rightarrow aABB \mid aAA, A\rightarrow aBB|a, B\rightarrow bBB|A \}$
c) $G_3 = (\{S\},\{a,b\},S, P_3)$ com $P_3 = \{S \rightarrow AA|a, A\rightarrow AS|b\}$
d) $G_4 = (\{S,X,A,B\},\{a,b\}, S, P_4)$ com $P_4 = \{S \rightarrow aXAX \mid aBX \mid b, X \rightarrow aBX \mid b , A \rightarrow a, B \rightarrow b\}$
e) $G_5 = (\{S, A, B\}, \{a, b\}, S, P_5)$ com $P_5 = \{ S \rightarrow bA \mid aSA \mid bBA \mid aSBA \mid a, A \rightarrow b \mid aS \mid bB \mid aSB, B \rightarrow bS \mid aSS \mid bBS \mid aSBS \mid bSB \mid aSSB \mid bBSB \mid aSBSB\}$
f) $G_6 = (\{S, A\}, \{a,b,c\}, S, P_6)$ com $P_6 = \{S \rightarrow aSbAbb \mid ab, A \rightarrow cA \mid c\}$

g) $G_7 = (\{S\}, \{a,b\}, S, P_7)$ com $P_7 = \{S \rightarrow aSb \mid ab\}$
h) $G_8 = (\{S\}, \{a,b\}, S, P_8)$ com $P_8 = \{S \rightarrow ab \mid aS \mid aaS\}$
i) $G_9 = (\{S, A, B\}, \{a,b\}, S, P_9)$ com $P_9 = \{S \rightarrow bABb \mid a, A \rightarrow aaA \mid bb, B \rightarrow bAb\})$
j) $G_{10} = (\{S,A,B\}, \{a,b\}, S, P_{10})$, onde $P_{10} = \{S\rightarrow aBS \mid bAS \mid \lambda, A \rightarrow bAA \mid a, B\rightarrow aBB \mid b\}$

(14) Construa uma Gramática Livre de Contexto que gera a linguagem aceita pelo Autômato com Pilha Não Determinístico:

a) $M_1 = (\{q_0,q_1\}, \{a,b\}, \{A,z\}, \delta_1, q_0, z, \{q_1\})$ com as transições:
$\delta_1 (q_0,a,z) = \{(q_0, Az)\}$
$\delta_1 (q_0,b,A) = \{(q_0, AA)\}$
$\delta_1 (q_0,a,A) = \{(q_1, \lambda)\}$

b) $M_2 = (\{q_0,q_1,q_2\}, \{a,b\}, \{0,1\},\delta_2, q_0, 0, \{q_0\})$com as transições:
$\delta_2 (q_0,a,0) = \{(q_1,10)\}$
$\delta_2 (q_1,a,1) = \{(q_1,11)\}$
$\delta_2 (q_1,b,1) = \{(q_2, \lambda)\}$
$\delta_2 (q_2,b,1) = \{(q_2, \lambda)\}$
$\delta_2 (q_2,\lambda,0) = \{(q_0, \lambda)\}$

c) $M_3 = (\{ q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{a, b\}, \{0,1\}, \delta_3, q_0, 0, \{q_3\})$, com as transições:
$\delta_3 (q_0, a, 0) = \{(q_1,10), (q_3, \lambda)\}$,
$\delta_3 (q_0, \lambda, 0) = \{(q_3,\lambda)\}$,
$\delta_3 (q_1, a, 1) = \{(q_1,11)\}$,
$\delta_3 (q_1, b, 1) = \{(q_2, \lambda)\}$,
$\delta_3 (q_2, b, 1) = \{(q_2, \lambda)\}$,
$\delta_3 (q_2, \lambda, 0) = \{(q_3, \lambda)\}$.

d) $M_4 = (\{q_0, q_1, q_f\}, \{a, b\}, \{S, B, z\}, \delta_4, q_0, z, \{q_f\})$, com as transições:
$\delta_4 (q_0, \lambda, z) = \{(q_1, Sz)\}$,
$\delta_4 (q_1, a, S) = \{(q_1, B)\}$,
$\delta_4 (q_1, a, S) = \{(q_1, SB)\}$,
$\delta_4 (q_1, b, B) = \{(q_1, \lambda)\}$,
$\delta_4 (q_1, \lambda, z) = \{(q_f, z)\}$.

e) $M_5 = (\{q_0, q_f\}, \{a, b\}, \{0, 1, z\}, \delta_5, q_0, z, \{q_f\})$, com as transições:
$\delta_5 (q_0, \lambda, z) = \{(q_f, z)\}$,
$\delta_5 (q_0, a, z) = \{(q_0, 0z) \}$,
$\delta_5 (q_0, b, z) = \{(q_0, 1z)\}$,
$\delta_5 (q_0, a, 0) = \{(q_0, 00)\}$,
$\delta_5 (q_0, b, 0) = \{(q_0, \lambda)\}$,
$\delta_5 (q_0, a, 1) = \{(q_0, \lambda)\}$,
$\delta_5 (q_0, b, 1) = \{(q_0, 11)\}$.