

Cursos: Bacharelado em Ciência da Computação e
Bacharelado em Sistemas de Informação

Disciplinas: (1493A) Teoria da Computação e Linguagens Formais,
(4623A) Teoria da Computação e Linguagens Formais e
(1601A) Teoria da Computação

Professora: Simone das Graças Domingues Prado

e-mail: simonedp@fc.unesp.br

home-page: wwwp.fc.unesp.br/~simonedp/discipl.htm

Apostila 02 - Linguagens Regulares

Exercícios

- 01)** Desenvolva AFD que reconheçam as seguintes linguagens sobre $\Sigma = \{a,b\}$
- $\{w \mid w \text{ possui } aaa \text{ como subpalavra}\}$
 - $\{w \mid \text{o sufixo de } w \text{ é } aa\}$
 - $\{w \mid w \text{ possui número ímpar de } a \text{ e } b\}$
 - $\{w \mid w \text{ possui número par de } a \text{ e ímpar de } b \text{ ou } w \text{ possui número par de } b \text{ e ímpar de } a\}$
 - $\{w \mid \text{o quinto símbolo da direita para a esquerda de } w \text{ é } a\}$
- 02)** Desenvolva AFN que reconheçam as seguintes linguagens sobre $\Sigma = \{a,b\}$
- $\{w_1w_2w_1 \mid w_2 \text{ é qualquer e } |w_1| = 3\}$
 - $\{w \mid \text{o décimo símbolo da direita para a esquerda de } w \text{ é } a\}$
 - $\{w \mid w \text{ possui igual número de símbolos } a \text{ e } b \text{ e (qualquer prefixo de } w \text{ possui, no máximo, dois } a \text{ mais que } b \text{ ou qualquer prefixo de } w \text{ possui, no máximo, dois } b \text{ a mais que } a)\}$
- 03)** Desenvolva Autômatos Finitos (AFD ou AFN) que reconheçam as linguagens sobre $\Sigma = \{a,b\}$ que:
- contenha exatamente dois símbolos a
 - contenha pelo menos dois símbolos b
 - contenha pelo menos dois símbolos c consecutivos
 - contenha no máximo três símbolos c consecutivos
 - contenha uma quantidade par de símbolos a
 - contenha uma quantidade ímpar de símbolos b
 - contenha no mínimo um e no máximo 3 símbolos a
 - a quantidade total de símbolos nas cadeias é par
 - a quantidade total de símbolos nas cadeias é ímpar

04) Mostre a seqüência de configurações assumidas pelo AFD abaixo durante a análise das cadeias abcdabc e abdabcd. Determine se essas cadeias pertencem ou não a linguagem reconhecida pelo AFD.

$$M = (\{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{a, b, c, d\}, \delta, q_0, \{q_3\})$$

$$\begin{array}{lll} \delta(q_0, a) = q_1 & \delta(q_1, b) = q_2 & \delta(q_2, c) = q_3 \\ \delta(q_3, c) = q_3 & \delta(q_3, d) = q_0 & \end{array}$$

05) Mostre a seqüência de configurações assumidas pelo AFD abaixo durante a análise das cadeias abbca e abaac. Determine se essas cadeias pertencem ou não a linguagem reconhecida pelo AFD.

$$M = (\{q_0, q_1\}, \{a, b, c\}, \delta, q_0, \{q_1\})$$

$$\begin{array}{lll} \delta(q_0, a) = q_1 & \delta(q_1, b) = q_1 & \delta(q_1, c) = q_0 \end{array}$$

06) Seja M um AFN com $M = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{0, 1\}, \delta, q_0, \{q_1\})$ e

$$\begin{array}{lll} \delta(q_0, 0) = \{q_0, q_1\} & \delta(q_1, 0) = \{q_2\} & \delta(q_2, 1) = \{q_2\} \\ \delta(q_0, 1) = \{q_1\} & \delta(q_1, 1) = \{q_2\} & \end{array}$$

Mostre 5 cadeias reconhecidas por M. Encontre o AFD equivalente.

07) Seja M um AFN com $M = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{0, 1\}, \delta, q_0, \{q_1\})$ e

$$\begin{array}{lll} \delta(q_0, 0) = \{q_0\} & \delta(q_1, 0) = \{q_2\} & \delta(q_2, 0) = \{q_2\} \\ \delta(q_0, 1) = \{q_1\} & \delta(q_1, 1) = \{q_1, q_2\} & \delta(q_2, 1) = \{q_1\} \end{array}$$

Mostre 5 cadeias reconhecidas por M. Encontre o AFD equivalente.

08) Seja M um AFN com $M = (\{q_0, q_1, q_2, q_f\}, \{a, b\}, \delta, q_0, \{q_f\})$ e

$$\begin{array}{llll} \delta(q_0, a) = \{q_1\} & \delta(q_1, a) = \{q_1, q_f\} & \delta(q_2, a) = \{q_2, q_f\} & \delta(q_f, a) = \{q_f\} \\ \delta(q_0, b) = \{q_2\} & \delta(q_1, b) = \{q_1\} & \delta(q_2, b) = \{q_2\} & \delta(q_f, b) = \{q_f\} \end{array}$$

Mostre 5 cadeias reconhecidas por M. Encontre o AFD equivalente.

09) Seja M um AFN com $M = (\{q_0, q_1, q_2, q_f\}, \{a, b\}, \delta, q_0, \{q_f\})$ e

$$\begin{array}{lll} \delta(q_0, a) = \{q_1\} & \delta(q_1, a) = \{q_1, q_f\} & \delta(q_2, a) = \{q_2\} \\ \delta(q_0, b) = \{q_2\} & \delta(q_1, b) = \{q_1\} & \delta(q_2, b) = \{q_2, q_f\} \end{array}$$

Mostre 5 cadeias reconhecidas por M. Encontre o AFD equivalente.

10) Seja M um AFN com $M = (\{q_0, q_1, q_2, q_f\}, \{a, b\}, \delta, q_0, \{q_f\})$ e

$$\begin{array}{lll} \delta(q_0, a) = \{q_0, q_1\} & \delta(q_1, a) = \{q_f\} & \delta(q_f, a) = \{q_f\} \\ \delta(q_0, b) = \{q_0, q_2\} & \delta(q_2, b) = \{q_f\} & \delta(q_f, b) = \{q_f\} \end{array}$$

Mostre 5 cadeias reconhecidas por M. Encontre o AFD equivalente.

11) Seja $L = \{ab^*c^*\}$ reconhecida pelo AFN com $M = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b\}, \delta, q_0, \{q_1, q_2\})$ e

$$\delta(q_0, a) = \{q_1, q_2\} \quad \delta(q_1, b) = \{q_1, q_2\} \quad \delta(q_2, c) = \{q_2\}$$

Mostre 5 cadeias reconhecidas por M. Encontre o AFD equivalente.

12) Seja $L = \{w \in \{a,b,c,d\}^* \mid w \text{ possui a subcadeia } abcd\}$ reconhecida pelo AFN com

$M = (\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}, \{a, b, c, d\}, \delta, q_0, \{q_4\})$ e

$\delta(q_0, a) = \{q_0, q_1\}$ $\delta(q_0, b) = \{q_0\}$ $\delta(q_0, c) = \{q_0\}$ $\delta(q_0, d) = \{q_0\}$

$\delta(q_1, b) = \{q_2\}$ $\delta(q_2, c) = \{q_3\}$ $\delta(q_3, d) = \{q_4\}$

$\delta(q_4, a) = \{q_4\}$ $\delta(q_4, b) = \{q_4\}$ $\delta(q_4, c) = \{q_4\}$ $\delta(q_4, d) = \{q_4\}$

Mostre 5 cadeias reconhecidas por M. Encontre o AFD equivalente.

13) Seja $L = \{w \in \{0,1\}^* \mid w \text{ possui o símbolo } 1 \text{ na terceira posição a partir do final}\}$ reconhecida pelo AFN com $M = (\{q_1, q_2, q_3, q_4\}, \{0,1\}, \delta, q_1, \{q_4\})$ e

$\delta(q_1, 0) = \{q_1\}$ $\delta(q_1, 1) = \{q_1, q_2\}$

$\delta(q_2, 0) = \{q_3\}$ $\delta(q_2, 1) = \{q_3\}$

$\delta(q_3, 0) = \{q_4\}$ $\delta(q_3, 1) = \{q_4\}$

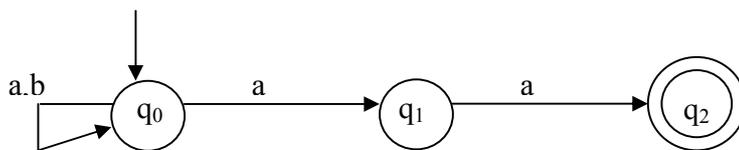
Mostre 5 cadeias reconhecidas por M. Encontre o AFD equivalente.

14) Seja M um AFD com estados A, B, C, D e E, sendo A o estado inicial e E o estado final. Os símbolos de entrada são 0 e 1, e δ como na tabela abaixo. Mostre 5 cadeias reconhecidas por M. Encontre o AFM deste autômato. A tabela de transição de M é

δ	0	1
A	B	D
B	C	E
C	B	E
D	C	E
E	E	E

15) O Autômato Finito não Determinístico M reconhece a Linguagem $L = \{w \mid w \text{ possui } aa \text{ como sufixo}\}$, então $M = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a,b\}, \delta, q_0, \{q_2\})$. Encontre um Autômato Finito Determinístico equivalente.

δ_1	a	b
q_0	q_0, q_1	q_0
q_1	q_2	q_4
q_2	-	-



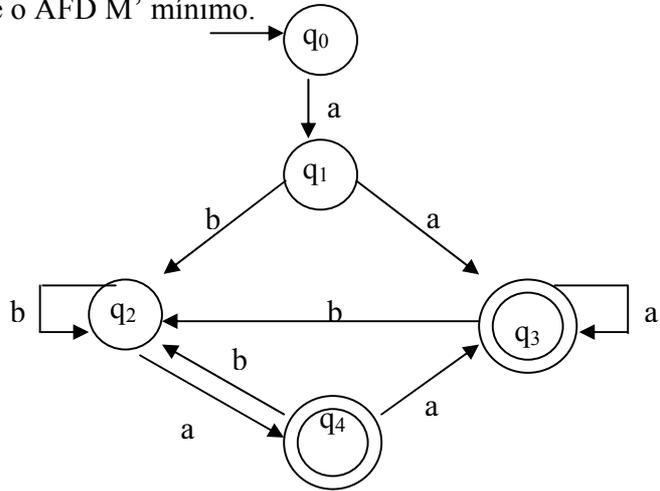
16) Verifique que o AFD abaixo é mínimo, aplicando a ele o processo de minimização, e mostrando que o resultado final é isomorfo do AFD inicial. Seja M o AFD com estados A, B, C, D, E e F, sendo A o estado inicial; e F o único estado final. Os símbolos de entrada são a e b. A tabela de transição de M é

δ	a	b
A	B	A
B	C	B
C	D	C
D	E	D
E	F	E
F	A	F

17) Construa um AFD mínimo que aceite a linguagem L no alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$, com $L = \{cdxcd \mid c, d \in \Sigma, x \in \Sigma^*\}$

18) Considere um Autômato Finito Determinístico $M = \{\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}, \{a,b\}, \delta, q_0, \{q_3, q_4\}\}$. Mostre 5 cadeias reconhecidas por M. Encontre o AFD M' mínimo.

δ	a	b
q_0	q_1	-
q_1	q_3	q_2
q_2	q_4	q_2
q_3	q_3	q_2
q_4	q_3	q_2



19) Considere um Autômato Finito Determinístico $M = \{\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\}, \{a,b\}, \delta, q_0, \{q_2, q_3, q_4\}\}$. Mostre 5 cadeias reconhecidas por M. Encontre o AFD M' mínimo.

δ	a	b
q_0	q_1	q_2
q_1	q_0	q_3
q_2	q_4	q_5
q_3	q_4	q_5
q_4	q_4	q_5
q_5	q_5	q_5

20) Considere um Autômato Finito Determinístico $M = \{\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}, \{a,b,c\}, \delta, q_0, \{q_2, q_4\}\}$. Mostre 5 cadeias reconhecidas por M. Encontre o AFD M' mínimo.

δ	a	b	C
q_0	q_0	q_1	q_3
q_1	-	q_1	q_2
q_2	-	q_3	q_2
q_3	q_4	-	q_3
q_4	q_4	q_1	-

21) Considere um Autômato Finito Determinístico $M = \{\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\}, \{a,b\}, \delta, q_0, \{q_2, q_3\}\}$. Mostre 5 cadeias reconhecidas por M. Encontre o AFD M' mínimo.

δ	a	b
q_0	q_1	q_2
q_1	q_0	q_3
q_2	q_4	q_5
q_3	q_4	q_5
q_4	q_4	q_5

22) Considere um Autômato Finito $M = (\{q_1, q_2, q_3, q_4\}, \{a,b\}, \delta, q_1, \{q_4\})$. Mostre 5 cadeias reconhecidas por M. Encontre o AFD M' mínimo.

δ	a	b
q_1	$\{q_1, q_2\}$	$\{q_1\}$
q_2	$\{q_3\}$	-
q_3	-	$\{q_4\}$
q_4	-	-

23) Considere a Gramática Linear à Direita, $G = (\{S, A, B\}, \{a,b\}, P, S)$, onde P é dado por:

- $S \rightarrow A$
- $A \rightarrow aB$
- $B \rightarrow aC \mid bB$
- $C \rightarrow aC \mid bB \mid \lambda$

Mostre 5 cadeias geradas por G. Encontre o Autômato Finito $M = \{Q, \{a,b\}, \delta, S, F\}$ que reconhece a linguagem gerada por G. Desenhe o autômato.

24) Considere a Gramática Linear à Direita, $G = (\{S, A, B, C\}, \{a,b,c\}, P, S)$, onde P é dado por:

- $P = \{ S \rightarrow aA, A \rightarrow bB, B \rightarrow cC, C \rightarrow c \}$

Mostre 5 cadeias geradas por G. Encontre o Autômato Finito $M = \{Q, \{a,b,c\}, \delta, S, F\}$ que reconhece a linguagem gerada por G.

25) Considere a Gramática Linear à Direita, $G = (\{S, X, Y\}, \{a,b,c\}, P, S)$, onde P é dado por:

- $P = \{ S \rightarrow aX \mid \lambda, X \rightarrow bX \mid bY \mid c, Y \rightarrow Yc \mid cc \mid abc \mid \lambda \}$

Mostre 5 cadeias geradas por G. Encontre o Autômato Finito $M = \{Q, \{a,b,c\}, \delta, S, F\}$ que reconhece a linguagem gerada por G.

26) Considere o Autômato Finito M que reconhece a Linguagem $L = \{w \mid w \text{ possui aa ou bb como subcadeia}\}$, então $M = (\{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{a,b\}, \delta, q_0, \{q_3\})$

δ	a	b
q_0	q_1	q_2
q_1	q_3	q_2
q_2	q_1	q_3
q_3	q_3	q_3

Encontre a Gramática $G = (V, \{a,b\}, P, S)$ que reconhece a linguagem gerada por G

27) Dados os autômatos M_1 e M_2 como definidos abaixo, encontre $M_3 = M_1 \cdot M_2$ e $M_4 = M_1'$. Assim M_3 vai ser o resultado da concatenação de M_1 com M_2 e M_4 o complemento de M_1

M_1 reconhece a Linguagem $L_1 = \{w \mid w \text{ possui aa como prefixo}\}$, então

$$M_1 = (\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}, \{a,b\}, \delta_1, q_0, \{q_2\})$$

M_2 reconhece a Linguagem $L_2 = \{w \mid w \text{ possui aa ou bb como subcadeia}\}$, então

$$M_2 = (\{q_5, q_6, q_7, q_8\}, \{a,b\}, \delta_2, q_5, \{q_8\})$$

δ_1	a	b
q ₀	q ₁	q ₃
q ₁	q ₂	q ₄
q ₂	q ₂	q ₂
q ₃	q ₃	q ₃
q ₄	q ₄	q ₄

δ_2	a	b
q ₅	q ₆	q ₇
q ₆	q ₈	q ₇
q ₇	q ₆	q ₈
q ₈	q ₈	q ₈

28) Construir um AFN que aceita a linguagem associada às seguintes ER:

- a) $r = a^* (a a + b b)$
- b) $r = (a + b)^* (a + b b)$
- c) $r = (a a)^* (b b)^* b$

29) Construa a Expressão Regular (ER) que represente as linguagens sobre $\Sigma = \{a, b, c, d\}$

- a) $\{w \mid w \text{ possui no mínimo um símbolo } a\}$
- b) $\{w \mid w \text{ possui exatamente dois símbolos } a\}$
- c) $\{w \mid w \text{ possui um número par de símbolos } a\}$
- d) $\{w \mid w \text{ é iniciada com o símbolo } a \text{ e termina com o símbolo } b \text{ ou } c\}$
- e) $\{w \mid w \text{ contém apenas os símbolos } a, b, c \text{ com no mínimo um símbolo}\}$

30) Construa a Expressão Regular (ER), $D = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

- a) $N = \{\text{números naturais decimais sem sinal}\}$ sobre D
- b) $R = \{\text{números reais decimais sem sinal}\}$ sobre $D \cup \{.\}$
- c) $L = \{\text{números reais decimais com sinal}\}$ sobre $D \cup \{., +, -, \lambda\}$