

UM MOSAICO DE ESCHER

Orientanda: Gabriela Baptistella Peres

Orientador: Prof. Dr. Mauri Cunha do Nascimento

Mauritus Cornelis Escher nasceu em Leeuwarden na Holanda em 17 de Junho 1898, faleceu em 27 de Março de 1970 e dedicou toda a sua vida às artes gráficas. Era o filho mais novo do engenheiro civil George Arnold Escher e de sua segunda esposa Sarah Gleichman.



Na sua juventude não foi um aluno brilhante, nem sequer manifestava grande interesse pelos estudos, mas os seus pais conseguiram convencê-lo a ingressar na Escola de Belas Artes de Haarlem para estudar arquitetura. Foi lá que conheceu o seu mestre, um professor de Artes Gráficas judeu de origem portuguesa, chamado Jesserum de Mesquita. Em 1922 deixou a escola para se juntar a Jesserum de Mesquita, que o iniciava nas técnicas da gravura, se dedicando ao desenho, litografia e xilogravura.

Quando terminou os seus estudos, Escher decide viajar, conhecer o mundo! Passou pela Espanha, Itália e fixou-se em Roma, onde se dedicou ao trabalho gráfico. Estas passagens por diferentes sítios, por diferentes culturas, inspiraram a mente de Escher, que sem conhecimento matemático prévio, mas através do estudo sistemático e da experimentação, descobre todos os diferentes grupos de combinações isométricas que deixam um determinado ornamento invariante.

Uma das principais contribuições da obra deste artista está em sua capacidade de gerar imagens com impressionantes efeitos de ilusões de óptica, com notável qualidade técnica e estética, tudo isto, respeitando as regras geométricas do desenho e da perspectiva.

Foi numa visita à Alhama, na Espanha, que o artista conheceu e se encantou pelos mosaicos que havia nas mesquitas do lugar. Escher achou muito interessante as formas como cada figura se entrelaçava a outra e se repetia, formando belos padrões geométricos. Este foi o ponto de partida para seus trabalhos mais impressionantes e famosos, que consistiam no preenchimento regular do plano.

A partir de uma malha de polígonos, regulares ou não, Escher fazia mudanças, mas sem alterar a área do polígono original. Assim surgiam figuras de homens, aves, peixes, lagartos, todos envolvidos de tal forma que nenhum poderia mais mexer. Tudo representado num plano bidimensional.

Destacavam-se também os trabalhos do artista que exploram o espaço. Escher brincava com o fato de ter que representar o espaço, que é tridimensional, num plano bidimensional, como a folha de papel. Com isto ele criava figuras de mundos impossíveis, representações distorcidas, paradoxos.

Escher não se considerava artista e nem matemático. Mas a verdade é que transportou para os seus desenhos estruturas matemáticas complexas, perspectivas especiais que necessitam sempre de um apurado segundo olhar.

Escher suscitou a atenção por parte de muitos matemáticos, cientistas e cristalógrafos. O mais curioso é que ele não tinha uma formação específica nestas áreas, mas elas aparecem nas suas criações! Cada vez mais assediado pelos matemáticos, acabou muitas vezes por se inspirar em suas novas descobertas.

O formato dos sólidos geométricos, em especial, dos poliedros também atraiu Escher. Seu interesse nasceu a partir da observação dos cristais, possivelmente influenciado por seu irmão que era geólogo. Realizou diversos trabalhos explorando as possibilidades dos poliedros.

São todos estes “condimentos” matemáticos aliados à mente artística de Escher que resultam num trabalho tão original e extraordinário. Escher foi reconhecido pelo mundo, pelos seus desenhos de ilusões espaciais, de construções impossíveis, onde a geometria se transforma em arte ou a arte em geometria.

"Apesar de não possuir qualquer conhecimento ou treino nas ciências exatas, sinto muitas vezes que tenho mais em comum com os matemáticos do que com os meus colegas artistas"

M. C. Escher

Fonte:

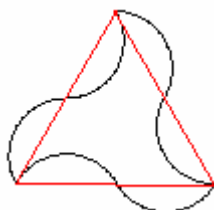
http://pt.wikipedia.org/wiki/Maurits_Cornelis_Escher

<http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2000/icm33/Escher.htm>

Construção do mosaico

Depois de fazer vários mosaicos com hexágonos, losangos, estrelas, a proposta foi fazer um mosaico de Escher.

Com um triângulo equilátero (em vermelho), de um vértice ao ponto médio do lado fizemos um arco de 120° e do ponto médio ao outro vértice um outro arco de 120° ao contrário do primeiro, isso com os três lados do triângulo. Construindo uma figura assim:



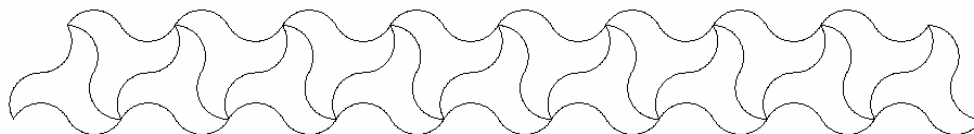
Para construir a figura fizemos um procedimento chamado “aprenda triangulo” que ficou assim:

```
aprenda triangulo
ul repita 60 [pf 1 pd 2] repita 60 [pf 1 pe 2]
repita 3 [ pe 120 repita 60 [pf 1 pd 2] repita 60 [pf 1 pe 2] ]
fim
```

Pensando em fazer uma fileira de triângulos, foi preciso posicionar a tartaruga na parte superior esquerda da tela através dos seguintes comandos: un pf 390 pe 90 pf 440 pd 120.

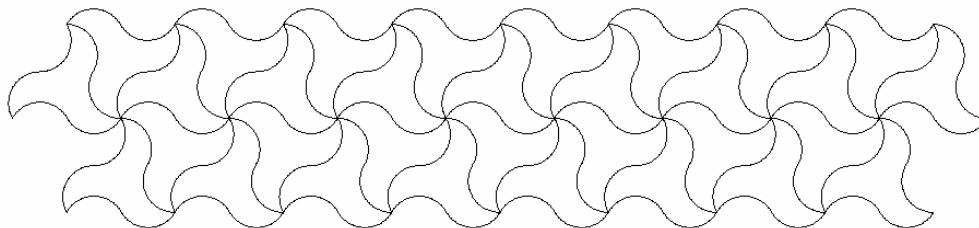
Então o procedimento “aprenda faixa1” ficou assim:

```
aprenda faixa1
repita 9 [triangulo]
pe 120 repita 60 [pf 1 pd 2] repita 60 [pf 1 pe 2] pe 60
repita 8 [repita 60 [pf 1 pd 2] repita 60 [pf 1 pe 2]]
pe 60 repita 60 [pf 1 pd 2] repita 60 [pf 1 pe 2] pe 120
repita 60 [pf 1 pd 2] pd 30 un pf (raizq 3)* 50 pe 180 pd 30
fim
```



Os comandos pe 120 repita 60 [pf 1 pd 2] repita 60 [pf 1 pe 2] pe 60 repita 8 [repita 60 [pf 1 pd 2] repita 60 [pf 1 pe 2]] do procedimento “aprenda faixa1” são para fechar a primeira fileira. E os comandos pe 60 repita 60 [pf 1 pd 2] repita 60 [pf 1 pe 2] pe 120 repita 60 [pf 1 pd 2] pd 30 un pf (raizq 3)* 50 pe 180 pd 30 são para posicionar a tartaruga para construir a segunda fileira que chamamos de “aprenda faixa2”. Então o procedimento “aprenda faixa2” ficou assim:

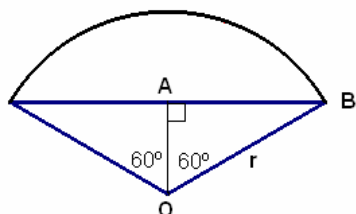
```
aprenda faixa2
triangulo repita 7 [triangulo]
pe 120 un pf (raizq 3)* quociente 1530 pi pe 90 pf quociente 270 pi pe 180 pd 30
fim
```



Os últimos comandos do procedimento “aprenda faixa2” são para posicionar a tartaruga para a construção da terceira faixa, pois a tartaruga para no fim da faixa do lado direito da tela e queremos posioná-la no começo da fileira ao lado esquerdo, e depois a tartaruga tem que descer a altura h do triângulo. Então temos que encontrar a medida do lado do triângulo e de sua altura.

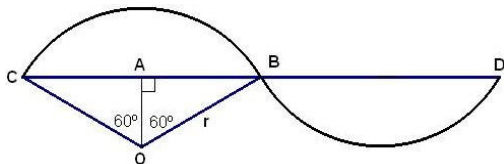
Como o arco é de 120° , equivale a $\frac{2\pi}{3}$ rad.

No procedimento “aprenda triângulo, o arco de 120° é realizado por “repita 60 [pf 1 pd 2]”, ou seja, para construir a circunferência toda seria necessário fazer “repita 180 [pf 1 pd 2]”, e o comprimento da circunferência seria de 180 passos da tartaruga. O raio da circunferência seria dado pela fórmula $C = 2\pi r$, ou seja, $180 = 2\pi r$, portanto, $r = 90/\pi$.



No triângulo retângulo OAB, $\text{sen } 60^\circ = AB/r$. Logo, $AB = r \text{ sen } 60^\circ = \frac{45\sqrt{3}}{\pi}$.

Assim, o lado do triângulo é dado por $4 \times AB = \frac{180\sqrt{3}}{\pi}$, como podemos observar na figura abaixo.



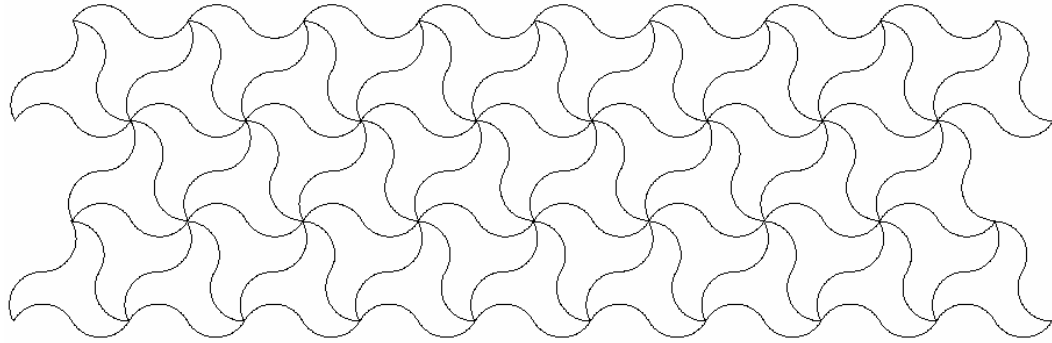
Como temos que andar 8,5 triângulos, então temos que multiplicar o lado do triângulo por 8,5 que dará $\frac{1530\sqrt{3}}{\pi}$.

Por isso que o comando pf (raizq 3)*quociente 1530 pi.

Como a fórmula da altura do triângulo equilátero é $\frac{l\sqrt{3}}{2}$, a altura será $\frac{270}{\pi}$. Por isso o comando pf quociente 270 pi.

Então o procedimento “aprenda faixa3” ficou assim:

```
aprenda faixa3
repita 9 [triangulo]
pe 120 un pf (raizq 3)* quociente 1530 pi pe 90 pf quociente 270 pi pe 180 pd 30
fim
```



E repetindo os comandos faixa2 e faixa3, construiremos o mosaico. Depois de construído o mosaico a proposta foi pintá-lo. Então para pintar a primeira fileira foi criado um procedimento “aprenda corfaixa1” que ficou assim:

```
aprenda corfaixa1
repita 8 [mudecp [106 180 255] pinte pf 45 mudecp [ 10 42 203] pinte pf 55]
mudecp [106 180 255] pinte
fim
```

E para pintar a faixa2 foi posicionada a tartaruga (pd 90 pf 90 pd 90 pf 55) e com o procedimento “aprenda corfaixa2”, que ficou assim:

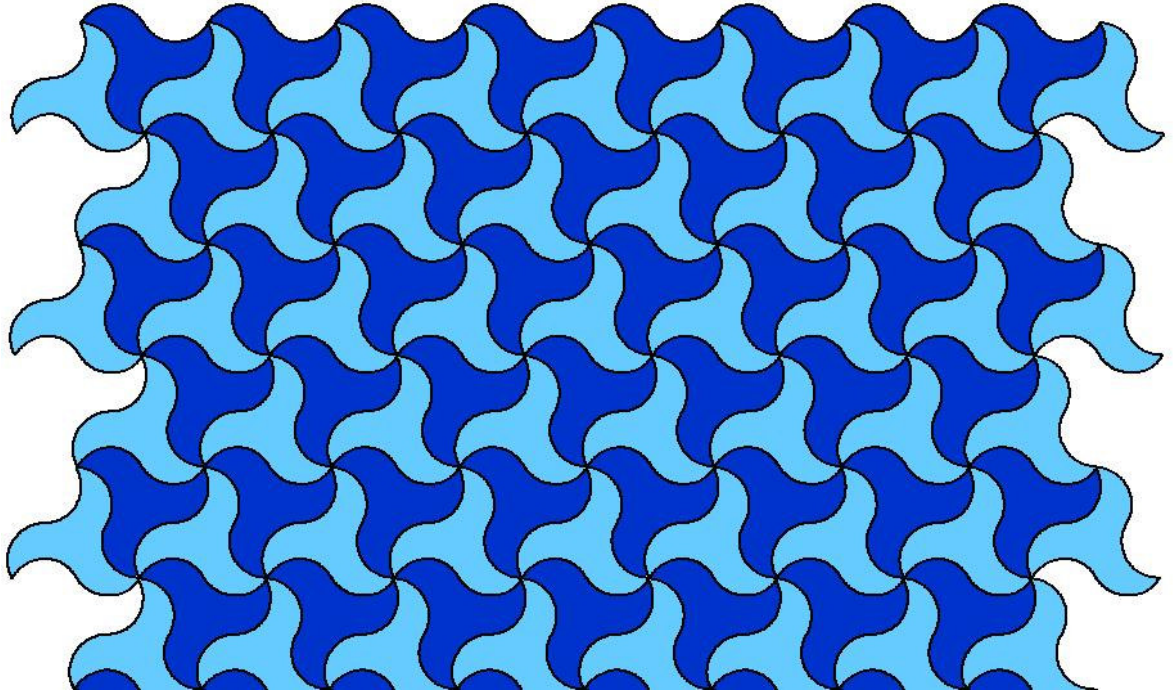
```
aprenda corfaixa2
pd 90 pf 90 pd 90 pf 55 pinte
repita 7 [pf 55 mudecp [10 42 203] pinte pf 45 mudecp [106 180 255] pinte]
pf 55 pe 90 pf 80 pe 90 pf 10
fim
```

Repetindo os comandos corfaixa1 e corfaixa2 o mosaico será pintado.

Então foi construído um procedimento que ao seu executado constrói o mosaico todo chamado “aprenda mosaico” que ficou assim:

```
aprenda mosaico
tat
un pf 390 pe 90 pf 440 pd 120
faixa1
repita 5[faixa2 faixa3]
pd 60 un pf 20
repita 5 [corfaixa1 corfaixa2]
corfaixa1
fim
```

Resultado final



Para conhecer outros tipos de mosaicos com translações, simetrias e giros, entre no endereço:

<http://www.juntadeandalucia.es/averroes/iesarroyo/maticas/materiales/3eso/geometria/movimientos/mosaicos/mosaicos.htm>