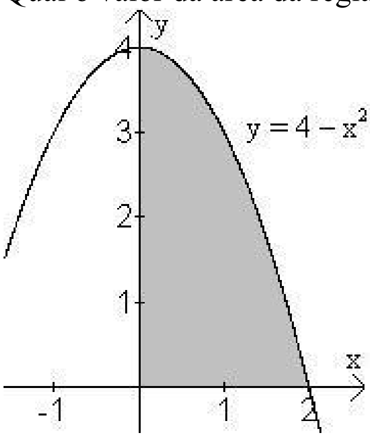
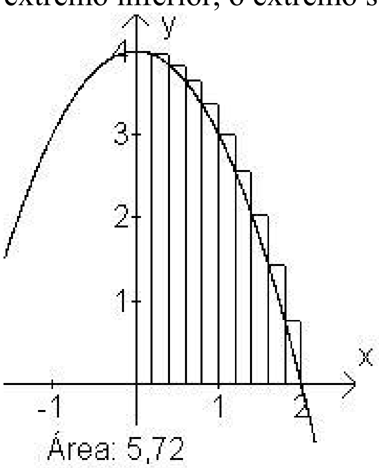
A área sob uma curva.

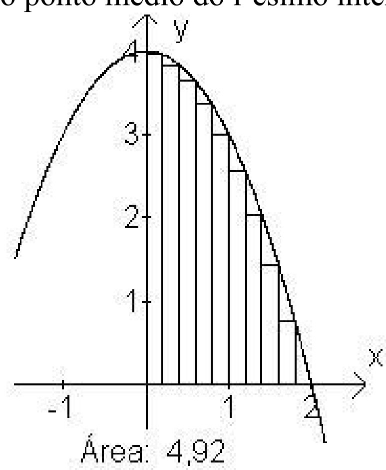
Mauri C. Nascimento – Dep. Matemática – Unesp/Bauru

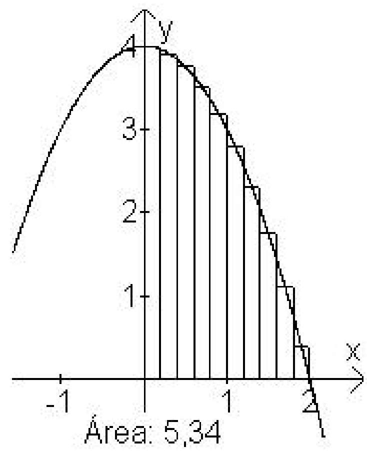
Qual o valor da área da região abaixo?



Podemos fazer aproximações a partir de áreas retângulos que preencham a região. Nos exemplos abaixo, cada retângulo tem a base medindo 0,2 (dividiu-se o intervalo [0, 2] em 10 subintervalos de mesma medida) e altura dada por $f(c_i)$ onde, em cada exemplo, c_i é tomado respectivamente como o extremo inferior, o extremo superior, o ponto médio do i-ésimo intervalo.







Utilizando planilha para o cálculo das áreas dos retângulos, em cada caso:

x	(4-x^2)*0,2	x	(4-x^2)*0,2	x	(4-x^2)*0,2
0,00	0,8000	0,20	0,7920	0,10	0,7980
0,20	0,7920	0,40	0,7680	0,30	0,7820
0,40	0,7680	0,60	0,7280	0,50	0,7500
0,60	0,7280	0,80	0,6720	0,70	0,7020
0,80	0,6720	1,00	0,6000	0,90	0,6380
1,00	0,6000	1,20	0,5120	1,10	0,5580
1,20	0,5120	1,40	0,4080	1,30	0,4620
1,40	0,4080	1,60	0,2880	1,50	0,3500
1,60	0,2880	1,80	0,1520	1,70	0,2220
1,80	0,1520	2,00	0,0000	1,90	0,0780
Soma	5,7200	Soma	4,9200	Soma	5,3400

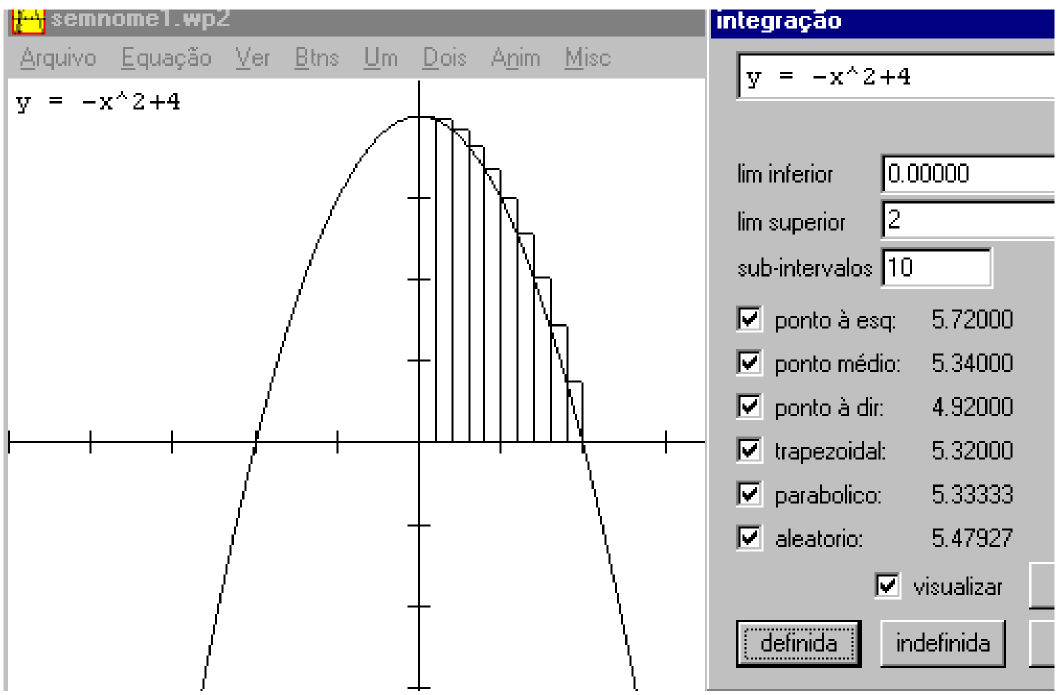
No winplot: faça o gráfico da função y = $-x^2+4$.
Acione “Um”, “Medidas”, “Integrar”.
Na janela que se abrir, marque a opção “ponto à esquerda”
Em “lim inferior” coloque 0 (zero) e em “lim superior” coloque 2
Em “subintervalos” coloque 5
Marque também a opção “vizualizar”
Acione o botão “definida”

Em frente do “ponto à esquerda” vai aparecer a soma das áreas dos retângulos que aparecem no gráfico.

Aumentando o número de sub-intervalos e acionando o botão “definida”, aumenta o número de subintervalos no gráfico e a soma das áreas dos retângulos se aproxima do valor real da área (= 16/3 ≅ 5,333...).

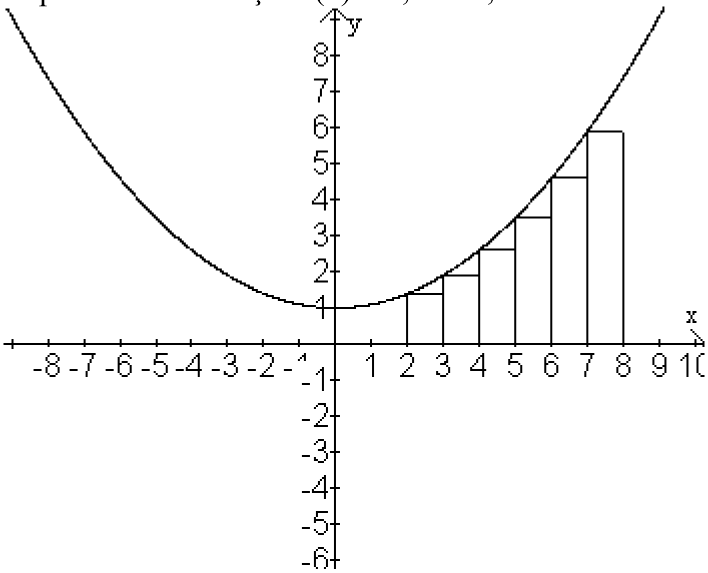
O mesmo procedimento pode ser realizado com as outras opções de aproximação: “ponto médio”, “ponto à dir”, ...

Marcando todas as opções, ao acionar o botão “definida”, à direita de cada opção aparece a aproximação respectiva da área.



Área: $\int_0^2 4 - x^2\,dx = 4x - \frac{x^3}{3}\Big|_0^2 = 0 - (4 \times 2 - \frac{2^3}{3}) = 8 - \frac{8}{3} = \frac{16}{3} = 5{,}3333....$

Experimentar a função $f(x) = 0,1x^2+1$, no intervalo de 2 a 8 com 6 subdivisões:



endereço interessante: http://www.cepa.if.usp.br/e-calculo/