Exercícios Resolvidos de Dinâmica Clássica

Jason Alfredo Carlson Gallas,
professor titular de física teórica,
Doutor em Física pela Universidade Ludwig Maximilian de Munique, Alemanha

Instituto de Física, Universidade Federal do Rio Grande do Sul
91501-970 Porto Alegre, BRASIL

Matéria para a QUARTA prova. Numeração conforme a **quarta** edição do livro "Fundamentos de Física", Halliday, Resnick e Walker.

Esta e outras listas encontram-se em: *http://www.if.ufrgs.br/~jgallas*

Sumário

9 Sistemas de Partículas

9.1 Questões

Q 9-2

Qual a localização do centro de massa da atmosfera da Terra?

▶

9.2 Problemas e Exercícios

9.2.1 O Centro de Massa

E 9-1 (9-1/6^a edição)

(a) A que distância o centro de massa do sistema Terra-Lua se encontra do centro da Terra? (Use os valores das massas da Terra e da Lua e da distância entre os dois astros que aparecem no Apêndice C.) **(b)** Expresse a resposta do item (a) como uma fração do raio da Terra.

▶ **(a)** Escolha a origem no centro da Terra. Então a distância r_{CM} do centro de massa do sistema Terra-Lua é dada por

$$r_{CM} = \frac{m_L r_m}{m_L + m_T},$$

onde m_L é a massa da Lua, m_T é a massa da Terra, a r_m é a separação média entre Terra e Lua. Tais valores encontram-se no Apêndice C. Em números temos,

$$\begin{aligned} r_{CM} &= \frac{(7.36 \times 10^{22})(3.2 \times 10^8)}{7.36 \times 10^{22} + 5.98 \times 10^{24}} \\ &= 4.64 \times 10^6 \text{ m.} \end{aligned}$$

(b) O raio da Terra é $R_T = 6.37 \times 10^6$ m, de modo que temos

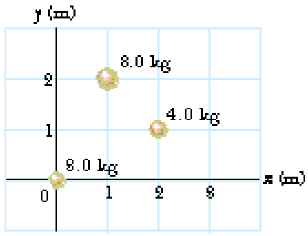
$$\frac{r_{CM}}{R_T} = \frac{4.64 \times 10^6}{6.37 \times 10^6} = 0.73.$$

Portanto, vemos que o centro de massa do sistema está localizado DENTRO da Terra.
Observe que a fração entre as massas é

$$\frac{m_T}{m_L} = \frac{5.98 \times 10^{24}}{7.36 \times 10^{22}} = 81.25$$

E 9-3 (9-3/6^a)

(a) Quais são as coordenadas do centro de massa das três partículas que aparecem na Fig. 9-22? **(b)** O que acontece com o centro de massa quando a massa da partícula de cima aumenta gradualmente?



[Fig. 9-22 Enlarged.] Exercise 3.

▶ **(a)** Sejam $(x_1, y_1) = (0, 0)$, $(x_2, y_2) = (1, 2)$ e $(x_3, y_3) = (2, 1)$ as coordenadas (em metros) das três partículas cujas respectivas massas designamos por m_1, m_2 e m_3. Então a coordenada x do centro de massa é

$$\begin{aligned} x_{CM} &= \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3}{m_1 + m_2 + m_3} \\ &= \frac{0 + (8.0)(1.0) + (4.0)(2.0)}{3.0 + 8.0 + 4.0} = 1.1 \text{ m.} \end{aligned}$$

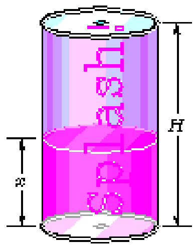
enquanto que a coordenada y é

$$\begin{aligned} y_{CM} &= \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + m_3 y_3}{m_1 + m_2 + m_3} \\ &= \frac{0 + (8.0)(2.0) + (4.0)(1.0)}{3.0 + 8.0 + 4.0} = 1.3 \text{ m.} \end{aligned}$$

(b) A medida que a massa da partícula de cima é aumentada o centro de massa desloca-se em direção àquela partícula. No limite, quando a partícula de cima for muito mais massiva que as outras, o centro de massa coincidirá com a posição dela.

E 9-12* (9-9/6^a)

Uma lata em forma de cilindro reto de massa M, altura H e densidade uniforme está cheia de refrigerante (Fig. 9-30). A massa total do refrigerante é m. Fazemos pequenos furos na base e na tampa da lata para drenar o conteúdo e medimos o valor de h, a distância vertical entre o centro de massa e a base da lata, para várias situações. Qual é o valor de h para **(a)** a lata cheia e **(b)** a lata vazia? **(c)** O que acontece com h enquanto a lata está sendo esvaziada? **(d)** Se x é a altura do líquido que resta em um determinado instante, determine o valor de x (em função de M, H e m) no momento em que o centro de massa se encontra o mais próximo possível da base da lata.



[Fig. 9-30 Enlarged.] Problem 12.

► **(a)** Como a lata é uniforme seu centro de massa está localizado no seu centro geométrico, a uma distância $H/2$ acima da sua base. O centro de massa do refrigerante está no seu centro geométrico, a uma distância $x/2$ acima da base da lata. Quando a lata está cheia tal posição coincide com $H/2$. Portanto o centro de massa da lata e com o refrigerante que ela contém está a uma distância

$$h = \frac{M(H/2) + m(H/2)}{M+m} = \frac{H}{2}$$

acima da base, sobre o eixo do cilindro.

(b) Consideramos agora a lata sozinha. O centro de massa está em $H/2$ acima da base, sobre o eixo do cilindro.

(c) A medida que x decresce o centro de massa do refrigerante na lata primeiramente diminui, depois cresce até $H/2$ novamente.

(d) Chamando de m_r a massa *restante* do refrigerante temos, da definição de centro de massa:

$$h = \frac{M(H/2) + m_r(x/2)}{M + m_r}.$$

A questão agora resume-se em encontrar uma expressão para m_r em função das grandezas conhecidas. Quando a superfície superior do refrigerante está a uma distância x acima da base da lata a massa restante do refrigerante na lata é $m_r = (x/H)m$, onde m é a massa quando a lata está cheia ($x = H$). O centro de massa do refrigerante está apenas a uma distância $x/2$ da base da lata. Logo

$$\begin{aligned} h &= \frac{M(H/2) + m_r(x/2)}{M + m_r} \\ &= \frac{M(H/2) + (x/H)m(x/2)}{M + mx/H} \\ &= \frac{MH^2 + mx^2}{2(MH + mx)}. \end{aligned} \quad (1)$$

Encontramos a posição mais baixa do centro de massa da lata com refrigerante igualando a zero a derivada de h em relação a x e resolvendo em relação a x. A derivada é dada por

$$\begin{aligned} \frac{dh}{dx} &= \frac{2mx}{2(MH - mx)} - \frac{(MH^2 + mx^2)m}{2(MH + mx)^2} \\ &= \frac{m^2x^2 + 2MmHx - MmH^2}{2(MH + mx)^2}. \end{aligned}$$

A solução de $m^2x^2 + 2MmHx - MmH^2 = 0$ é

$$x = \frac{MH}{m}\Big[-1 + \sqrt{1 + \frac{m}{M}}\Big],$$

onde usamos a solução positiva pois x é positivo. Substituindo-se agora o valor de x na Eq. (1) acima e simplificando, encontramos finalmente que

$$h = \frac{HM}{m}\Big(\sqrt{1 + \frac{m}{M}} - 1\Big).$$

9.2.2 A segunda lei de Newton para um sistema de partículas

E 9-13 (9-10/6^a)

Dois patinadores, um com 65 kg de massa e o outro com 40 kg, estão de pé em um rinque de patinação no gelo segurando uma vara de massa desprezível com 10 m de comprimento. Partindo das extremidades da vara, os patinadores se puxam ao longo da vara até se encontrarem. Qual a distância percorrida pelo patinador de 40 kg?

► A falta de atrito com o gelo implica que efetivamente os patinadores e a vara formem um sistema mecanicamente *isolado*, i.e. sobre o qual não atuam forças externas. Portanto, a posição do centro de massa não pode alterar-se quando ou um, ou o outro ou ambos patinadores puxarem a vara.

Suponha que o patinador de 65 kg encontre-se à esquerda e que o centro de massa seja escolhido como a origem do sistema de coordenadas (i.e. $x_{CM} = 0$), e que seja x a distância desde o centro de massa até o patinador de 40 kg. Então temos

$$x_{CM} = \frac{-65(10 - x) + 40x}{65 + 40} = 0.$$

Portanto, temos $65(10 - x) = 40x$, donde tiramos

$$x = \frac{650}{105} = 6.2 \text{ m}.$$

Note que o fato dos patinadores terminarem em contato implica que basta um deles puxar a vara para que AMBOS se movam em relação ao gelo. Se ambos puxarem a vara, eles apenas chegam *mais rápido* à posição final, sobre o centro de massa. Mas basta um deles puxar a vara, que o outro será necessariamente arrastado em direção ao centro de massa, quer queira, quer não. Voce percebe isto?

E 9-14 (9-11/6^a)

Um velho Galaxy com uma massa de 2400 kg está viajando por uma estrada reta a 80 km/h. Ele é seguido por um Escort com uma massa de 1600 kg viajando a 60 km/h. Qual a velocidade do centro de massa dos dois carros?

▶ Sejam m_G e v_G a massa e a velocidade do Galaxy e m_E e v_E a massa e velocidade do Escort. Então, conforme a Eq. (9-19), a velocidade do centro de massa é dada por

$$\begin{aligned} v_{CM} &= \frac{m_G v_G + m_E v_E}{m_G + m_E} \\ &= \frac{(2400)(80) + (1600)(60)}{2400 + 1600} = 72 \text{ km/h}. \end{aligned}$$

Note que as duas velocidades estão no mesmo sentido, de modo que ambos termos no numerador tem o mesmo sinal. As unidades usadas *não* são do Sistema Internacional.

E 9-19 (9-18/6^a)

Ricardo, de massa igual a 80 kg, e Carmelita, que é mais leve, estão passeando no Lago Titicaca em uma canoa de 30 kg. Quando a canoa está em repouso na água calma, eles trocam de lugares, que estão distantes 3 m e posicionados simetricamente em relação ao centro da canoa. Durante a troca, Ricardo percebe que a canoa se move 40 cm em relação a um tronco de árvore submerso e calcula a massa de Carmelita. Qual a massa de Carmelita?

▶ Chamemos de M_R e M_C as massas de Ricardo e Carmelita. Suponhamos que o centro de massa do sistema formado pelas duas pessoas (suposto mais perto de Ricardo) esteja a uma distância x do meio da canoa de comprimento L e massa m. Neste caso, usando o centro de massa como referencial, $x_{CM} = 0$, e, portanto,

$$M_R\Big(\frac{L}{2} - x\Big) = mx + M_C\Big(\frac{L}{2} + x\Big),$$

donde tiramos que

$$M_C = \frac{M_R(L/2 - x) - mx}{L/2 + x}$$

Como não existe força externa, esta equação permanece igualmente válida após a troca de lugares, uma vez que as posições de ambos são simétricas em relação ao meio do barco. A diferença é que o centro de massa do sistema formado pelas duas pessoas mudou de lado no barco, ou seja, sofreu uma variação de $2x$.

Para determinar o valor de x, basta usar a observação relacionada ao tronco de árvore submerso, que andou uma distância

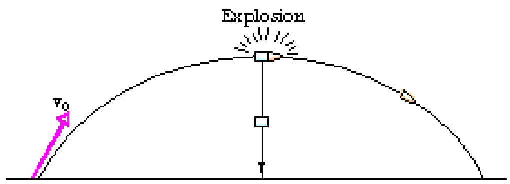
$$2x = 40 \text{ cm} = 0.4 \text{ m}.$$

Portanto, usando $x = 0.2$ na equação acima obtemos a massa de Carmelita:

$$\begin{aligned} M_C &= \frac{M_R(L/2 - x) - mx}{L/2 + x} \\ &= \frac{80(3/2 - 0.2) - (30)(0.2)}{3/2 + 0.2} = 58 \text{ kg}. \end{aligned}$$

E 9-20 (9-15/6^a)

Um projétil é disparado por um canhão com uma velocidade inicial de 20 m/s. O ângulo do disparo é 60^o em relação à horizontal. Quando chega ao ponto mais alto da trajetória, o projétil explode em dois fragmentos de massas iguais (Fig. 9-33). Um dos fragmentos, cuja velocidade imediatamente após a explosão é zero, cai verticalmente. A que distância do canhão o outro fragmento atinge o solo, supondo que o terreno seja plano e a resistência do ar possa ser desprezada?



[Fig. 9-33 Enlarged.] Problem 20.

▶ Precisamos determinar as coordenadas do ponto de explosão e a velocidade do fragmento que não cai reto para baixo. Tais dados são as condições iniciais para um problema de movimento de projéteis, para determinar onde o segundo fragmento aterrisa.

Consideremos primeiramente o movimento do projétil original, até o instante da explosão. Tomemos como origem o ponto de disparo, com o eixo x tomado horizontal e o eixo y vertical, positivo para cima.

A componente y da velocidade é dada por $v = v_{0_y} - gt$ e é zero no instante de tempo $t = v_{0_y}/g = (v_0/g)$ sen θ_0, onde v_0 é a velocidade inicial e θ_0 é o ângulo de disparo. As coordenadas do ponto mais alto são

$$
\begin{aligned}
x = v_{0_x} t &= [v_0 \cos\theta_0]\, t \\
&= \frac{(v_0)^2}{g} \operatorname{sen}\theta_0 \cos\theta_0 \\
&= \frac{(20)^2}{9.8} \operatorname{sen} 60^o \cos 60^o = 17.7 \text{ m},
\end{aligned}
$$

e

$$
\begin{aligned}
y &= v_{0_y} t - \tfrac{1}{2} g t^2 \\
&= \tfrac{1}{2} \frac{v_0^2}{g} \operatorname{sen}^2\theta_0 \\
&= \tfrac{1}{2} \frac{(20)^2}{9.8} \operatorname{sen}^2 60^o = 15.3 \text{ m}.
\end{aligned}
$$

Já que nenhuma força horizontal atua no sistema, a componente horizontal do momento é conservada. Uma vez que um dos fragmentos tem velocidade zero após a explosão, *o momento do outro fragmento tem que ser igual ao momento do projétil originalmente disparado*.
A componente horizontal da velocidade do projétil original é $v_0 \cos\theta_0$. Chamemos de M a massa do projétil inicial e de V_0 a velocidade do fragmento que se move horizontalmente após a explosão. Assim sendo, temos

$$
M v_0 \cos\theta_0 = \frac{M}{2} V_0,
$$

uma vez que a massa do fragmento em questão é $M/2$. Isto significa que

$$
\begin{aligned}
V_0 &= 2 v_0 \cos\theta_0 \\
&= 2(20)\cos 60^o = 20 \text{ m/s}.
\end{aligned}
$$

Agora considere um projétil lançado horizontalmente no instante $t = 0$ com velocidade de 20 m/s a partir do ponto com coordenadas $(x_0, y_0) = (17.7, 15.3)$ m. Sua coordenada y é dada por $y = y_0 - gt^2/2$, e quando ele aterrisa temos $y = 0$. O tempo até a aterrisagem é $t = \sqrt{2y_0/g}$ e a coordenada x do ponto de aterrisagem é

$$
\begin{aligned}
x = x_0 + V_0 t &= x_0 + V_0 \sqrt{\frac{2y_0}{g}} \\
&= 17.7 + 20\sqrt{\frac{2(15.3)}{9.8}} = 53 \text{ m}.
\end{aligned}
$$

A que distância o projétil cairia se não tivesse havido explosão?

E 9-21 (9-17/6^a)

Dois sacos idênticos de açúcar são ligados por uma corda de massa desprezível que passa por uma roldana sem atrito, de massa desprezível, com 50 mm de diâmetro. Os dois sacos estão no mesmo nível e cada um possui originalmente uma massa de 500 g. **(a)** Determine a posição horizontal do centro de massa do sistema. **(b)** Suponha que 20 g de açúcar são transferidos de um saco para o outro, mas os sacos são mantidos nas posições originais. Determine a nova posição horizontal do centro de massa. **(c)** Os dois sacos são liberados. Em que direção se move o centro de massa? **(d)** Qual é a sua aceleração?

▶ **(a)** Escolha o centro do sistema de coordenadas como sendo o centro da roldana, com o eixo x horizontal e para a direita e com o eixo y para baixo. O centro de massa está a meio caminho entre os sacos, em $x = 0$ e $y = \ell$, onde ℓ é a distância vertical desde o centro da roldana até qualquer um dos sacos.
(b) Suponha 20 g transferidas do saco da esquerda para o saco da direita. O saco da esquerda tem massa 480 g e está em $x_1 = -25$ mm. O saco à direita tem massa 520 g e está em $x_2 = +25$ mm. A coordenada x do centro de massa é então

$$
\begin{aligned}
x_{CM} &= \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2} \\
&= \frac{(480)(-25) + (520)(+25)}{420 + 520} = 1.0 \text{ mm}.
\end{aligned}
$$

A coordenada y ainda é ℓ. O centro de massa está a 26 mm do saco mais leve, ao longo da linha que une os dois corpos.

(c) Quando soltos, o saco mais pesado move-se para baixo e o saco mais leve move-se para cima, de modo que o centro de massa, que deve permanecer mais perto do saco mais pesado, move-se para baixo.
(d) Como os sacos estão conectados pela corda, que passa pela roldana, suas acelerações tem a mesma magnitude mas sentidos opostos. Se a é a aceleração de m_2, então $-a$ é a aceleração de m_1. A aceleração do centro de massa é

$$
a_{CM} = \frac{m_1(-a) + m_2 a}{m_1 + m_2} = a\,\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}.
$$

Aplicando a segunda lei de Newton para cada saco temos

$$\begin{aligned} \text{saco leve}: \quad & m_1 g - T = -m_1 a, \\ \text{saco pesado}: \quad & m_2 g - T = m_2 a. \end{aligned}$$

Subtraindo a primeira da segunda e rearranjando temos

$$a = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} g.$$

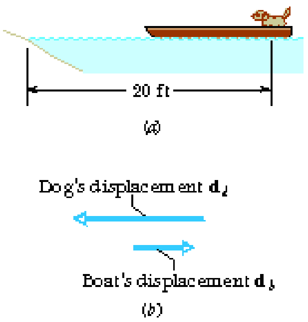
Portanto, substituindo na equação para a_{CM}, vemos que

$$\begin{aligned} a_{CM} &= \frac{(m_2 - m_1)^2}{(m_1 + m_2)^2} g \\ &= \frac{(520 - 480)^2}{(480 + 520)^2} (9.8) = 0.016 \text{ m/s}^2. \end{aligned}$$

A aceleração é para baixo.

E 9-22 (9-19/6ª)

Um cachorro de 5 kg está em um bote de 20 kg que se encontra a 6 m da margem (que fica à esquerda na Fig. 9-34a). Ele anda 2.4 m no barco, em direção à margem, e depois pára. O atrito entre o bote e a água é desprezível. A que distância da margem está o cachorro depois da caminhada? (Sugestão: Veja a Fig. 9-34b. O cachorro se move para a esquerda; o bote se desloca para a direita; e o centro de massa do sistema *cachorro+barco*? Será que ele se move?)



'ig. 9-34 Enlarged.] Problem 22.

▶ Escolha o eixo x como sendo horizontal, com a origem na margem, e apontando para a direita na Fig. 9-34a. Seja m_b a massa do bote e x_{bi} sua coordenada inicial. Seja m_c a massa do cachorro e x_{ci} sua coordenada inicial. A coordenada *inicial* do centro de massa é então

$$x_{CM}^{(i)} = \frac{m_b x_{bi} + m_c x_{ci}}{m_b + m_c}.$$

Agora o cachorro caminha uma distância d para a esquerda do bote. Como a diferença entre a coordenada final do bote x_{bf} e a coordenada final do cachorro x_{cf} é d, ou seja $x_{bf} - x_{cf} = d$, a coordenada *final* do centro de massa pode também ser escrita como

$$\begin{aligned} x_{CM}^{(f)} &= \frac{m_b x_{bf} + m_c x_{cf}}{m_b + m_c} \\ &= \frac{m_b x_{cf} + m_b d + m_c x_{cf}}{m_b + m_c}. \end{aligned}$$

Como nenhuma força horizontal externa atua no sistema bote-cachorro, a velocidade do centro de massa não pode mudar. Como o bote e o cachorro estavam inicialmente em repouso, a velocidade do centro de massa é zero. O centro de massa permance na mesma posição e, portanto, as duas expressões acima para x_{CM} devem ser iguais. Isto significa que

$$\begin{aligned} x_{CM}^{(i)} &= x_{CM}^{(f)} \\ m_b x_{bi} + m_c x_{ci} &= m_b x_{cf} + m_b d + m_c x_{cf}. \end{aligned}$$

Isolando-se x_{cf} obtemos

$$\begin{aligned} x_{cf} &= \frac{m_b x_{bi} + m_c x_{ci} - m_b d}{m_b + m_c} \\ &= \frac{(20)(6) + (5)(6) - (20)(2.4)}{20 + 5} = 4.08 \text{ m}. \end{aligned}$$

Observe que usamos $x_{bi} = x_{ci}$. É estritamente necessário fazer-se isto? Se não for, qual a vantagem de se faze-lo?...

Além de uma escolha conveniente dos pontos de referência, perceba que um passo crucial neste exercício foi estabelecer o fato que $x_{bf} - x_{cf} = d$.

9.2.3 O Momento Linear

E 9-23 (∄ na 6ª)

Qual o momento linear de um automóvel que pesa 16.000 N e está viajando a 88 km/h?

▶ A "moral" deste problema é cuidar com as unidades empregadas:

$$p = mv = \frac{16000}{9.8} \frac{88 \times 10^3}{3600} = 36281 \text{ kg m/s},$$

na direção do movimento.

E 9-24 (9-21/6ª)

Suponha que sua massa é de 80 kg. Com que velocidade teria que correr para ter o mesmo momento linear que um automóvel de 1600 kg viajando a 1.2 km/h?

▶ Chamando de m_c e v_c a massa e a velocidade do carro, e de m e v a "sua" massa e velocidade temos, graças à conservação do momento linear,

$$v = \frac{m_c v_c}{m} = \frac{(1600)(1.2 \times 10^3)}{(80)(3600)} = 6.67 \text{ m/s}.$$

Poderíamos também deixar a resposta em km/h:

$$v = \frac{m_c v_c}{m} = \frac{(1600)(1.2)}{80} = 24 \text{ km/h}.$$

Perceba a importância de fornecer as unidades ao dar sua resposta. Este último valor *não* está no SI, claro.

E 9-25 (9-20/6^a)

Com que velocidade deve viajar um Volkswagen de 816 kg **(a)** para ter o mesmo momento linear que um Cadillac de 2650 kg viajando a 16 km/h e **(b)** para ter a mesma energia cinética?

▶ **(a)** O momento será o mesmo se $m_V v_V = m_C v_C$, donde tiramos que

$$v_V = \frac{m_C}{m_V}\, v_C = \frac{2650}{816}\,(16) = 51.96 \text{ km/h}.$$

(b) Desconsiderando o fator $1/2$, igualdade de energia cinética implica termos $m_V v_V^2 = m_C v_C^2$, ou seja,

$$v_V = \sqrt{\frac{m_C}{m_V}}\, v_C = \sqrt{\frac{2650}{816}}\,(16) = 28.83 \text{ km/h}.$$

E 9-26 ($\nexists$ na 6^a)

Qual o momento linear de um elétron viajando a uma velocidade de $0.99c$ $(= 2.97 \times 10^8$ m/s)?

▶ Como a velocidade do elétron não é de modo algum pequena comparada com a velocidade c da luz, faz-se necessário aqui usar a equação relativística para o momento linear, conforme dada pela Eq. 9-24:

$$\begin{aligned} p &= \frac{mv}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \\ &= \frac{(9.11 \times 10^{-31})(2.97 \times 10^8)}{\sqrt{1 - (0.99)^2}} \\ &= 1.917 \times 10^{-21} \text{ kg·m/s}. \end{aligned}$$

Sem o fator relativístico teríamos achado

$$\begin{aligned} p' &= (9.11 \times 10^{-31})(2.97 \times 10^8) \\ &= 2.705 \times 10^{-22} \text{ kg·m/s}, \end{aligned}$$

ou seja, um valor 7 $(= 1/\sqrt{1 - (0.99)^2})$ vezes menor:

$$p = 7\, p'.$$

9.2.4 Conservação do Momento Linear

E 9-33 (9-27/6^a)

Um homem de 100 kg, de pé em uma superfície de atrito desprezível, dá um chute em uma pedra de 0.70 kg, fazendo com que ela adquira uma velocidade de 3.90 m/s. Qual a velocidade do homem depois do chute?

▶

Como nenhuma força com componente horizontal atua no sistema homem-pedra, o momento total é conservado. Como tanto o homem como a pedra estão em repouso no início, o momento total é zero antes bem como depois do chute, ou seja

$$m_p v_p + m_h v_h = 0,$$

onde o subíndice p refere-se à pedra e o subíndice h refere-se ao homem. Desta expressão vemos que

$$\begin{aligned} v_h = -\frac{m_p v_p}{m_h} &= -\frac{(0.70)(3.90)}{100} \\ &= -0.027 \text{ m/s}, \end{aligned}$$

onde o sinal negativo indica que o homem move-se no sentido oposto ao da pedra. Note que o sentido da pedra foi implicitamente tomado como positivo. Note ainda que a razão das massas coincide com a razão dos pesos.

E 9-36 (9-29/6^a)

Um homem de 75 kg está viajando em um carrinho, cuja massa é 39 kg, a 2.3 m/s. Ele salta para fora do carrinho de modo a ficar com velocidade horizontal zero. Qual a variação resultante na velocidade do carrinho?

NOTA: na 4^a edição do livro (bem como em algumas edições anteriores) esqueceram-se de fornecer a massa do carrinho, no enunciado deste exercício. Além disto, traduziram *chart* como sendo "carroça", termo que também aparece nas edições mais antigas do livro. O enunciado na 6^a edição está correto. Dificilmente uma carroça poderia ter METADE da massa do passageiro, não é mesmo?

▶ O momento linear total do sistema homem-carrinho é conservado pois não atuam forças externas com componentes horizontais no sistema. Chamemos de m_c a massa do carrinho, v a sua velocidade inicial, e v_c sua velocidade final (após o homem haver pulado fora). Seja m_h a massa do homem. Sua velocidade inicial é a mesma do carrinho e sua velocidade final é zero. Portanto a conservação do momento nos fornece

$$(m_h + m_c)v = m_c v_c,$$

de onde tiramos a velocidade final do carrinho:

de onde tiramos a velocidade final do carrinho:

$$\begin{aligned} v_c &= \frac{v(m_h+m_c)}{m_c} \\ &= \frac{(2.3)(75+39)}{39} = 6.7 \text{ m/s.} \end{aligned}$$

A velocidade da carrinho aumenta por $6.7 - 2.3 = 4.4$ m/s. Para reduzir sua velocidade o homem faz com que o carrinho puxe-o para trás, de modo que o carrinho seja impulsionada para a frente, aumentando sua velocidade.

E 9-38 (9-33/6^a)

O último estágio de um foguete está viajando com uma velocidade de 7600 m/s. Este último estágio é feito de duas partes presas por uma trava: um tanque de combustível com uma massa de 290 kg e uma cápsula de instrumentos com uma massa de 150 kg. Quando a trava é acionada, uma mola comprimida faz com que as duas partes se separem com uma velocidade relativa de 910 m/s. **(a)** Qual a velocidade das duas partes depois que elas se separam? Suponha que todas as velocidades têm a mesma direção. **(b)** Calcule a energia cinética total das duas partes antes e depois de se separarem e explique a diferença (se houver).

► **(a)** Suponha que nenhuma força externa atue no sitema composto pelas duas partes no último estágio. O momento total do sistema é conservado. Seja m_t a massa do tanque e m_c a massa da cápsula. Inicialmente ambas estão viajando com a mesma velocidade v. Após a trava ser acionada, m_t tem uma velocidade v_t enquanto que m_c tem uma velocidade v_c. Conservação do momento fornece-nos

$$(m_t + m_c)v = m_t v_t + m_c v_c.$$

Após a trava ser solta, a cápsula (que tem menos massa) viaja com maior velocidade e podemos escrever

$$v_c = v_t + v_{rel},$$

onde v_{rel} é a velocidade relativa. Substituindo esta expressão na equação da conservação do momento obtemos

$$(m_t + m_c)v = m_t v_t + m_c v_c + m c v_{rel},$$

de modo que

$$\begin{aligned} v_c &= \frac{(m_t+m_c)v - m_c v_{rel}}{m_t+m_c} \\ &= v - \frac{m_t}{m_t+m_c} v_{rel} \\ &= 7600 - \frac{150}{290+150}(910) = 7290 \text{ m/s.} \end{aligned}$$

A velocidade final da cápsula é

$$v_c = v_t + v_{rel} = 7290 + 910 = 8200 \text{ m/s.}$$

(b) A energia cinética total antes da soltura da trava é

$$\begin{aligned} K_i &= \tfrac{1}{2}(m_t+m_c)v^2 \\ &= \tfrac{1}{2}(290+150)(7600)^2 = 1.271 \times 10^{10} \text{ J.} \end{aligned}$$

A energia cinética total após a soltura da trava é

$$\begin{aligned} K_f &= \tfrac{1}{2}m_t v_t^2 + \tfrac{1}{2}m_c v_c^2 \\ &= \tfrac{1}{2}(290)(7290)^2 + \tfrac{1}{2}(150)(8200)^2 \\ &= 1.275 \times 10^{10} \text{ J.} \end{aligned}$$

A energia cinética total aumentou levemente. Isto deve-se à conversão da energia potencial elástica armazenada na trava (mola comprimida) em energia cinética das partes do foguete.

E 9-39 (9-39/6^a)

Uma caldeira explode, partindo-se em três pedaços. Dois pedaços, de massas iguais, são arremessados em trajetórias perpendiculares entre si, com a mesma velocidade de 30 m/s. O terceiro pedaço tem uma massa três vezes a de um dos outros pedaços. Qual o módulo, direção e sentido de sua velocidade logo após a explosão?

► Suponha que não haja força externa atuando, de modo que o momento linear do sistema de três peças seja conservado. Como o momentum antes da explosão era zero, ele também o é após a explosão. Isto significa que o vetor velocidade dos três pedaços estão todos num mesmo plano.

Escolha um sistema de coordenadas XY, com o eixo vertical sendo o eixo y, positivo para cima. A partir da origem deste diagrama, desenhe na direção *negativa* do eixo X o vetor $3m\mathbf{V}$, correspondente ao momento da partícula mais pesada. Os dois outros momentos são representados por vetores $m\mathbf{v}$ apontando num ângulo θ_1 no primeiro quadrante e θ_2 no quarto quadrante, de modo que $\theta_1 + \theta_2 = 90^o$ (condição do problema).

Como a componente vertical do momento deve conservar-se, temos com as convenções acima, que

$$mv \text{ sen } \theta_1 - mv \text{ sen } \theta_2 = 0,$$

onde v é a velocidade dos pedaços menores. Portanto devemos necessariamente ter que $\theta_1 = \theta_2$ e, como $\theta_1 + \theta_2 = 90^o$, temos que $\theta_1 = \theta_2 = 45^o$.

Conservação da componente x do momento produz

$$3mV = 2mv\cos\theta_1 .$$

Consequentemente, a velocidade V do pedaço maior é

$$V = \tfrac{2}{3}v\cos\theta_1 = \tfrac{2}{3}(30)\cos 45^o = 14 \text{ m/s},$$

no sentido negativo do eixo x. O ângulo entre o vetor velocidade do pedaço maior e qualquer um dos pedaços menores é

9.2.5 Sistemas de Massa Variável: Um Foguete

E 9-48 (9-41/6^a)

Uma sonda espacial de 6090 kg, viajando para Júpiter com uma velocidade de 105 m/s em relação ao Sol, aciona o motor, ejetando 80 kg de gases com uma velocidade de 253 m/s em relação à sonda. Supondo que os gases são ejetados no sentido oposto ao do movimento inicial da sonda, qual a sua velocidade final?

▶ Ignore a força gravitacional de Júpiter e use a Eq. (9-47) do livro texto. Se v_i é a velocidade inicial, M_i é a massa inicial, v_f é velocidade final, M_f é a massa final, e u é a velocidade do gás de exaustão, então

$$v_f = v_i + u\ln\frac{M_i}{M_f}.$$

Neste problema temos $M_i = 6090$ kg e $M_f = 6090 - 80 = 6010$ kg. Portanto

$$v_f = 105 + 253\ln\left(\frac{6090}{6010}\right) = 108 \text{ m/s}.$$

E 9-49 (9-43/6^a)

Um foguete em repouso no espaço, em uma região em que a força gravitacional é desprezível, tem uma massa de 2.55×10^5 kg, da qual 1.81×10^5 kg são combustível. O consumo de combustível do motor é de 480 kg/s e a velocidade de escapamento dos gases é de 3.27 km/s. O motor é acionado durante 250 s. **(a)** Determine o empuxo do foguete. **(b)** Qual é a massa do foguete depois que o motor é desligado? **(c)** Qual é a velocidade final do foguete?

▶ **(a)** Como se ve no texto logo abaixo da Eq. 9-46, o *empuxo* do foguete é dado por $E = Ru$, onde R é a taxa de consumo de combustível e u é a velocidade do gas exaustado. No presente problema temos $R = 480$ kg e $u = 3.27\times10^3$ m/s, de modo que

$$E = Ru = (480)(3.27\times10^3) = 1.57\times10^6 \text{ N}.$$

(b) A massa do combustível ejetado é dada por $M_{comb} = R\Delta t$, onde Δt é o intervalo de tempo da queima de combustível. Portanto

$$M_{comb} = (480)(250) = 1.20\times10^5 \text{ kg}.$$

A massa do foguete após a queima é

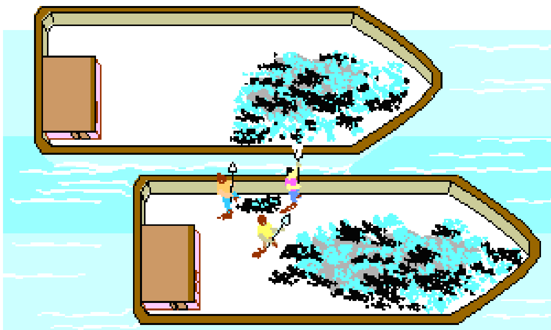
$$\begin{aligned} M_f = M_i - M_{comb} &= (2.55 - 1.20)\times10^5 \\ &= 1.35\times10^5 \text{ kg}. \end{aligned}$$

(c) Como a velocidade inicial é zero, a velocidade final é dada por

$$\begin{aligned} v_f &= u\ln\frac{M_i}{M_f} \\ &= (3.27\times10^3)\ln\left(\frac{2.55\times10^5}{1.35\times10^5}\right) \\ &= 2.08\times10^3 \text{ m/s}. \end{aligned}$$

E 9-56 (9-47/6^a)

Duas longas barcaças estão viajando na mesma direção e no mesmo sentido em águas tranqüilas; uma com uma velocidade de 10 km/h, a outro com velocidade de 20 km/h. Quando estão passando uma pela outra, operários jogam carvão da mais lenta para a mais rápida, à razão de 1000 kg por minuto; veja a Fig. 9-38. Qual a força adicional que deve ser fornecida pelos motores das duas barcaças para que continuem a viajar com as mesmas velocidades? Suponha que a transferência de carvão se dá perpendicularmente à direção de movimento da barcaça mais lenta e que a força de atrito entre as embarcações e a água não depende do seu peso.



[Fig. 9-38 Enlarged.] Problem 56.

9.2.6 Sistemas de Partículas: Variações na Energia Cinética

E 9-60 (9-55/6ª)

Uma mulher de 55 kg se agacha e depois salta para cima na vertical. Na posição agachada, seu centro de massa está 40 cm acima do piso; quando seus pés deixam o chão, o centro de massa está 90 cm acima do piso; no ponto mais alto do salto, está 120 cm acima do piso. **(a)** Qual a força média exercida sobre a mulher pelo piso, enquanto há contato entre ambos? **(b)** Qual a velocidade máxima atingida pela mulher?