Exercícios Resolvidos de Teoria Eletromagnética

Jason Alfredo Carlson Gallas, professor titular de física teórica,

Doutor em Física pela Universidade Ludwig Maximilian de Munique, Alemanha

Instituto de Física, Universidade Federal do Rio Grande do Sul
91501-970 Porto Alegre, BRASIL

Matéria para a TERCEIRA prova. Numeração conforme a **quarta** edição do livro "Fundamentos de Física", Halliday, Resnick e Walker.

Esta e outras listas encontram-se em: *http://www.if.ufrgs.br/∼jgallas*

Conteúdo

Comentários/Sugestões e Erros: favor enviar para jgallas @ if.ufrgs.br
(lista3.tex)

30 O Campo Magnético

30.1 Questões

Q 30-1.

Dos três vetores na equação $\mathbf{F}_B = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$, que pares são sempre ortogonais entre si? Que pares podem formar um ângulo arbitrário entre si?

▶ Esta questão é apenas uma revisão de álgebra vetorial: o vetor que resulta de um produto vetorial de dois outros vetores deve sempre ser *ortogonal* aos vetores dos quais "descende". Portanto os vetores $\mathbf{v}$ e $\mathbf{B}$ podem fazer um ângulo arbitrário entre si. Mas $\mathbf{F}_B$ será necessariamente perpendicular tanto a $\mathbf{v}$ quanto a $\mathbf{B}$.

Q 30-3.

Imagine que você esteja sentado numa sala com as costas voltadas para a parede, da qual emerge um feixe de elétrons que se move horizontalmente na direção da parede em frente. Se o feixe de elétrons for desviado para a sua direita, qual será a direção e o sentido do campo magnético existente na sala?

▶ Vertical, para baixo. Pois fazendo o produto vetorial $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ vemos que a força magnética aponta para a esquerda, fornecendo a direção para onde partículas carregadas *positivamente* são desviadas. Elétrons desviam-se para a direita.

Q 30-4.

Como podemos descartar a hipótese de as forças existentes entre ímãs serem forças elétricas?

▶ Basta colocar os ímãs em contato e, depois separá-los: as forças não se neutralizam e sua magnitude, direção e sentido não se altera após ter havido o contato e a separação.

Q 30-6.

Se um elétron em movimento for desviado lateralmente ao atravessar uma certa região do espaço, podemos afirmar com certeza que existe um campo magnético nessa região?

▶ Não. Tal afirmativa será valida apenas se o elétron andar em círculos sem variar sua energia cinética.

Q 30-11.

Quais são as funções fundamentais do: *(a)* campo elétrico e *(b)* campo magnético no ciclotron?

▶ *(a)* Estabelecer a ddp que acelera as cargas [i.e. aumenta sua energia]; *(b)* Estabelecer movimento circular que permite a aceleração das mesmas, ao serem reinjetadas no campo elétrico.

Q 30-12.

Qual é o fato central que possibilita a operação de um ciclotron convencional? Ignore considerações relativísticas.

▶ O fato central que permite a operação de um ciclotron é a chamada *condição de ressonância*, expressa pela Eq. (30-22):

$$f_{\text{circulação}} = f_{\text{oscilador elétrico}}.$$

Q 30-17.

Um condutor tem uma carga total nula, mesmo quando percorrido por uma corrente. Por que, então, um campo magnético é capaz de exercer uma força sobre ele?

▶ Numa corrente elétrica os elétrons possuem uma mobilidade grande ao passo que os prótons praticamente não se movem (porque estão rigidamente ligados na rede cristalina). Portanto, surge uma força magnética macroscópica em virtude destes movimentos microscópicos dos elétrons.

Q 30-19.

Uma espira retangular ocupa uma posição arbitrária num campo magnético externo. Que trabalho é necessário para girar a espira em torno de um eixo perpendicular ao seu plano?

▶ Nenhum. Justifique!

Dica: A *energia potencial magnética* de um dipolo magnético $\vec{\mu}$ colocado num campo magnético externo **B** é

$$U(\theta) = -\vec{\mu} \cdot \mathbf{B}.$$

Q 30-21.

Mostramos, no exemplo 9, que o trabalho necessário para inverter uma espira de corrente, num campo magnético externo, a partir da posição em que está alinhada com o campo vale $2\mu B$. Este resultado é válido para qualquer rotação de 180^o que parta de uma posição arbitrária?

▶ Não.

$$\begin{aligned} W &= U(\theta+\pi) - U(\theta) \\ &= -\mu B \cos(\theta+\pi) - \big[-\mu B \cos(\theta) \big] \\ &= 2\mu B \cos(\theta), \end{aligned}$$

pois $\cos(\theta+\pi) = \cos(\theta)\cos(\pi) = -\cos(\theta)$. Desta expressão vemos que o resultado final *depende* do ângulo θ, do qual partimos, ao fazer a rotação de 180^o.

Q 30-22.

Imagine que no aposento em que você está sentado exista um campo magnético uniforme **B** apontando verticalmente para cima. Uma espira circular tem seu plano horizontal. Para que sentido da corrente (vista de cima) estará a espira em equilíbrio estável em relação às forças e torques de origem magnética?

▶ Anti-horário, pois minimiza $U(\theta)$.

30.2 Problemas e Exercícios

30.2.1 Definição de B – 1/8

E 30-1

Expresse a unidade de um campo magnético B em termos das dimensões M, L, T e Q (massa, comprimento, tempo e carga).

▶ Uma maneira simples de se fazer isto é usando-se a Eq. 30-6, $\mathbf{F} = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$, que fornece

$$[B] = \frac{[F]}{[q][v]} = \frac{ML/T^2}{(Q)(L/T)} = \frac{M}{QT}.$$

E 30-2

Quator partículas seguem as trajetórias mostradas na Fig. 30-28 quando elas passam através de um campo magnético. O que se pode concluir sobre a carga de cada partícula?

▶ O que podemos concluir sobre o *sinal* da carga é o seguinte, considerando-se a atuação da força magnética $\mathbf{F} = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$: A partícula 1 tem carga positiva, pois desloca-se no *mesmo sentido* em que atua **F**. Analogamente, as partículas 2 e 4 tem carga negativa.
Para a partícula 3 podemos concluir mais do que apenas seu sinal: a partícula 3 *não tem carga* pois, como se percebe claramente da figura, a possibilidade do produto vetorial ser zero (isto é, termos $\mathbf{V}$ // $\mathbf{B}$) está excluida.
Em outras palavras, perceba que uma partícula carregada poderia atravessar um campo magnético sem sobre deflexão, desde que viajasse paralelamente ao campo. Isto é uma conseqüência direta do produto vetorial que define **F**.

E 30-3

Um elétron num tubo de TV está se movendo a 7.2×10^6 m/s num campo magnético de intensidade 83 mT. (a) Sem conhecermos a direção do campo, quais são o maior e o menor módulo da força que o elétron pode sentir devido a este campo? (b) Num certo ponto a aceleração do elétron é 4.9×10^{14} m/s^2. Qual é o ângulo entre a velocidade do elétron e o campo magnético?

▶ **(a)** As forças máxima e mínima ocorrem para $\varphi = 90^o$ e $\varphi = 0^o$, respectivamente. Portanto

$$\begin{aligned} F_{\text{max}} &= qvB \text{ sen } 90^o \\ &= (1.6 \times 10^{-19})(7.2 \times 10^6)(83 \times 10^{-3}) \\ &= 9.56 \times 10^{-14} \text{ N}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_{\text{min}} &= qvB \text{ sen } 0^o \\ &= 0 \text{ N}. \end{aligned}$$

(b) Como $a = F/m_e = (qvB \text{ sen } \theta)/m_e$ temos que

$$\begin{aligned} \theta &= \text{sen}^{-1}\Big(\frac{m_e a}{qvB}\Big) \\ &= \text{sen}^{-1}\Big(\frac{(9.11 \times 10^{-31})(4.9 \times 10^{14})}{9.56 \times 10^{-14}}\Big) \\ &= 0.267^o. \end{aligned}$$

E 30-4

Um próton que se move num ângulo de 23^o em relação a um campo magnético de intensidade 2.6 mT experimenta uma força magnética de 6.5×10^{-17} N. Calcular: (a) a velocidade escalar e (b) a energia cinética em elétrons-volt do próton.

▶ *(a)* A magnitude da força magnética no próton é dada por $F_B = evB$ sen ϕ, onde v é a velocidade do próton, B é a magnitude do campo magnético, e ϕ é o ângulo entre a velocidade da partícula e o campo. Portanto

$$\begin{aligned} v &= \frac{F_B}{eB \text{ sen}\,\phi} \\ &= \frac{6.5\times10^{-17}\text{ N}}{(1.6\times10^{-19}\text{ C})(2.6\times10^{-3}\text{ T})\text{ sen}\,23^o} \\ &= 4\times10^5 \text{ m/s} \end{aligned}$$

(b) A energia cinética do próton é

$$\begin{aligned} K &= \frac{1}{2}mv^2 \\ &= \frac{1}{2}(1.67\times10^{-27}\text{ kg})(4\times10^5\text{ m/s})^2 \\ &= 1.34\times10^{-16}\text{ J}, \end{aligned}$$

energia esta que equivale a

$$\frac{1.34\times10^{-16}\text{ J}}{1.6\times10^{-19}\text{ J/eV}} = 835\text{ eV}.$$

P 30-5

Um elétron que tem velocidade $\mathbf{v} = (2\times10^6\text{ m/s})\mathbf{i} + (3\times10^6\text{ m/s})\mathbf{j}$ penetra num campo magnético $\mathbf{B} = (0.030T)\mathbf{i} + (0.15T)\mathbf{j}$. (a) Determine o módulo, direção e o sentido da força sobre o elétron. (b) Repita o cálculo para um próton tendo a mesma velocidade.

▶ *(a)* A equação que fornece a força é $\mathbf{F} = q\ \mathbf{v}\times\mathbf{B}$. Portanto, basta calcular o produto vetorial:

$$\begin{aligned} \mathbf{F} &= \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 2\times10^6 q & 3\times10^6 q & 0 \\ 0.030 & -0.15 & 0 \end{vmatrix} \\ &= -(0.15)(2\times10^6)\,q\,\mathbf{k} - (0.030)(3\times10^6)\,q\,\mathbf{k}, \end{aligned}$$

onde $q = e = -1.6\times10^{-19}$ C. Fazendo as contas, obtemos,

$$\mathbf{F} = +6.64\times10^{-14}\mathbf{k}.$$

(b) Neste caso o cálculo é idêntico ao anterior, porém usando-se agora $q = +1.6\times10^{-19}$ C:

$$\mathbf{F} = -6.64\times10^{-14}\mathbf{k}.$$

P 30-6

Um elétron num campo magnético uniforme tem uma velocidade $\mathbf{v} = (40\text{ km/s})\mathbf{i} + (35\text{ km/s})\mathbf{j}$. Ele experimenta uma força $\mathbf{F} = -(4.2\text{ fN})\mathbf{i} + (4.8\text{ fN})\mathbf{j}$. Sabendo-se que $B_x = 0$, calcular o campo magnético [que da origem à força].

▶ Nota: o prefixo f = femto = 10^{-15}.
Como $B_x = 0$, escrevemos $\mathbf{B} = B_y\mathbf{j} + B_z\mathbf{k}$ e tratamos de descobrir o valor das duas componentes desconhecidas, B_y e B_z. Com este campo obtemos para a força magnética:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_B &= q\ \mathbf{V}\times\mathbf{B} \\ &= q(v_x\mathbf{i} + v_y\mathbf{j})\times(B_y\mathbf{j} + B_z\mathbf{k}) \\ &= F_x\mathbf{i} + F_y\mathbf{j}, \end{aligned}$$

onde $F_x = -4.2\times10^{-15}$ N e $F_y = 4.8\times10^{-15}$ N. Efetuando o produto e simplificando encontramos que

$$F_x = qv_yB_z, \quad F_y = -qv_xB_z, \quad qv_xB_y = 0,$$

e, portanto, que $B_y = 0$. Assim sendo, temos

$$\begin{aligned} \mathbf{B} = B_z\,\mathbf{k} &= \frac{F_x}{qv_y}\,\mathbf{k} \\ &= \frac{-4.2\times10^{-15}}{(-1.6\times10^{-19})(35\times10^3)}\,\mathbf{k} \\ &= (0.75\,\mathbf{k})\,T. \end{aligned}$$

Será que a relação $F_x = qv_yB_z$, que não foi usada nos cálculos acima, também fica satisfeita? É fácil verificar que tal relação também é obedecida, consistentemente:

$$\frac{F_y}{F_x} = -\frac{48}{42} = -\frac{8}{7} = -\frac{40}{35} = -\frac{v_x}{v_y}.$$

P 30-7

Os elétrons de um tubo de televisão têm uma energia cinética de 1.2 keV. O tubo está orientado de modo que os elétrons se movam horizontalmente do sul magnético para o norte magnético. A componente vertical do campo magnético da Terra aponta para baixo e tem módulo de 55 μT. **(a)** Em que direção o feixe será desviado? **(b)** Qual a aceleração de um elétron devida ao campo magnético? **(c)** Qual será o desvio sofrido pelo feixe após ter percorrido 20 cm através do tubo de televisão?

▶ *(a)* Desenhe uma linha reta vertical e, sobre ela, suponha que o o Sul magnético ($\equiv$ norte geográfico) esteja localizado na parte superior da figura e o Norte magnético N ($\equiv$ sul geográfico) na parte inferior. Então, neste diagrama, o oeste está à esquerda, o leste direita.
Conforme os dados do problema, o vetor velocidade $\mathbf{v}$ dos elétrons terá a mesma direção da linha vertical, apontando de cima para baixo (dado do problema), enquanto que o campo magnético da Terra apontará *sempre* para *dentro* da página onde estiver desenhada a linha reta.
Isto posto, a regra da mão direita nos fornece que $\mathbf{v}\times\mathbf{B}$ aponta para a direita (Leste). Porém, como a carga do elétron é negativa, a força magnética sobre ele apontará para a esquerda (Oeste).
Esta resposta contradiz a resposta do livro. Mas a minha resposta parece-me ser a correta.

(b) Use $F = ma$, onde $F = evB$ sen φ. Nesta expressão v é a magnitude da velocidade do elétron, B a magnitude do campo magnético, e φ é o ângulo entre a velocidade do elétron e o campo magnético, ou seja, $\varphi = 90^o$. Portanto,

$$a = \frac{evB\ \text{ sen } 90^o}{m} = \frac{evB}{m}.$$

Para podermos determinar o valor numérico desta aceleração falta-nos ainda obter o valor de v, que pode ser facilmente obtido da energia cinética:

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{\frac{2K}{m}} \\ &= \sqrt{\frac{2(12\times 10^3 \text{ eV})(1.6\times 10^{-19} \text{ J/eV})}{9.11\times 10^{-31} \text{ kg}}} \\ &= 6.49\times 10^7 \text{ m/s.} \end{aligned}$$

Portanto

$$\begin{aligned} a &= \frac{evB}{m} \\ &= \frac{(1.60\times 10^{-19})(6.49\times 10^7)(55\times 10^{-6})}{9.11\times 10^{-31}} \\ &= 6.27\times 10^{14} \text{ m/s}^2. \end{aligned}$$

(c) A órbita do elétron é circular. Como a aceleração é dada por v^2/R, onde R é o raio da órbita, encontramos que

$$\begin{aligned} R &= \frac{v^2}{a} \\ &= \frac{(6.49\times 10^7)^2}{6.27\times 10^{14}} = 6.72 \text{ m.} \end{aligned}$$

O pedaço de círculo percorrido pelo elétron subentende um ângulo θ a partir do centro. O comprimento $\ell = 0.20$ m que foi andado no tubo implica numa redução d (“deflecção”) do raio R. O triângulo curvo cuja hipotenusa é a trajetória curva do elétron, o lado maior é ℓ e o lado menor é a deflexão d nos fornece

$$R\cos\theta = R - d, \quad \text{e} \quad R \text{ sen } \theta = \ell.$$

Elevando ambas equações ao quadrado e somando o resultado obtemos $R^2 = (R-d)^2 + \ell^2$, ou seja,

$$d = R \pm \sqrt{R^2 - \ell^2}.$$

O sinal “mais” corresponde a um ângulo de $180^o - \theta$. O sinal “menos” corresponde à solução fisicamente correta.
Como ℓ é muito menor que R, podemos usar o teorema da expansão binomial e expandir $\sqrt{R^2-\ell^2}$. Os dois primeiros termos de tal expansão são $R - \ell^2/(2R)$ de onde obtemos finalmente que a deflecção (“diminuição de R”) é dada por

$$d \simeq \frac{\ell^2}{2R} = 0.00298 \text{ m} = 2.98 \text{ mm.}$$

P 30-8*

Um elétron tem uma velocidade inicial $(12 \text{ km/s})\mathbf{j} + (15 \text{ km/s})\mathbf{k}$ e uma aceleração de $(2\times 10^{12} \text{ km/s}^2)\mathbf{i}$ numa região em que estão presentes um campo elétrico e um campo magnético uniformes. Sabendo-se que $\mathbf{B} = (400\ \mu\text{T})\mathbf{i}$, determine o campo elétrico $\mathbf{E}$.

▶ Chamando a aceleração de $\mathbf{a}$ e partindo-se da relação

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v}\times\mathbf{B}) = m_e\mathbf{a},$$

encontramos sem dificuldades que

$$\mathbf{E} = \frac{m_e}{q}\,\mathbf{a} + \mathbf{B}\times\mathbf{v},$$

onde o sinal negativo foi usado para trocar a ordem dos fatores no produto vetorial.

$$\mathbf{E} = (-11.4\ \mathbf{i} - 6.0\ \mathbf{j} + 4.8\ \mathbf{k}) \quad \text{V/m.}$$

30.2.2 A Descoberta do Elétron – 9/13

E 30-10

Um elétron com energia cinética de 2.5 keV se move horizontalmente para dentro de uma região do espaço onde existe um campo elétrico direcionado para baixo e cujo módulo é igual a 10 kV/m. (a) Quais são o módulo, a direção e o sentido do (menor) campo magnético capaz de fazer com que os elétrons continuem a se mover horizontalmente? Ignore a força gravitacional, que é bastante pequena. (b) Será possível, para um próton, atravessar esta combinação de campos sem ser desviado? Se for, em que circunstâncias?

▶ *(a)* Usamos a energia cinética para determinar a velocidade:

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{\frac{2K}{m}} \\ &= \sqrt{\frac{2(2.5\times 10^3 \text{ eV})(1.60\times 10^{-19} \text{ J/eV})}{9.11\times 10^{-31} \text{ kg}}} \\ &= 2.96\times 10^7 \text{ m/s.} \end{aligned}$$

Usando a Eq. 30-10, obtemos:

$$B = \frac{E}{v} = \frac{10\times 10^3 \text{ V/m}}{2.96\times 10^7 \text{ m/s}} = 3.37\times 10^{-4} \text{ T.}$$

O campo magnético tem que ser perpendicular tanto ao campo elétrico quanto à velocidade do elétron.

(b) Um próton passará sem deflexão caso sua velocidade seja idêntica à velocidade do elétron. Devido à carga do próton ter sinal positivo, observe que as forças elétricas e magnéticas revertem suas direções, porém *continuam a cancelar-se!*

E 30-11

Um campo elétrico de 1.5 kV/m e um campo magnético de 0.4 T atuam sobre um elétron em movimento de modo a produzir uma força resultante nula. (a) Calcule a velocidade escalar mínima v do elétron. (b) Desenhe vetores $\mathbf{E}, \mathbf{B}$ e $\mathbf{v}$.

▶ Como a força resultante é nula, o módulo da força elétrica é igual ao módulo da força magnética: $eE = evB$. Portanto
(a)

$$v = \frac{E}{B} = \frac{1.5\times 10^3}{0.4} = 3.75\times 10^3 \text{ m/s.}$$

(b) Uma possibilidade é: com $\mathbf{B}$ saindo perpendicularmente ao plano da página e $\mathbf{E}$ apontando para baixo, temos um desvio para **cima** quando o elétron entrar da esquerda para a direita, no plano da página. Faça este desenho!

P 30-13

Uma fonte de íons está produzindo íons de ^{6}Li (massa = 6 u), cada um com uma carga $+e$. Os íons são acelerados por uma diferença de potencial de 10 kV e entram numa região onde existe um campo magnético uniforme vertical $B = 1.2$ T. Calcule a intensidade do menor campo elétrico, a ser estabelecido na mesma região que permitirá aos íons de ^{6}Li a passagem sem desvios.

▶ Para que a força total $\mathbf{F} = +e(\mathbf{E}+\mathbf{v}\times\mathbf{B})$ se anule, o campo elétrico $\mathbf{E}$ tem que ser perpendicular a velocidade $\mathbf{v}$ dos íons e ao campo magnético $\mathbf{B}$. O campo é perpendicular à velocidade de modo que $\mathbf{v}\times\mathbf{B}$ tem magnitude vB, sendo a magnitude do campo elétrico dada por $E = vB$. Como os íons tem carga $+e$ e são acelerados por uma diferença de potencial V, temos $mv^2/2 = eV$, ou seja $v = \sqrt{2eV/m}$. Portanto,

$$\begin{aligned} E &= B\sqrt{\frac{2eV}{m}} \\ &= (1.2\ T)\sqrt{\frac{2(1.60\times 10^{-19}\ C)(10\times 10^3\ V)}{(6.0\ u)(1.661\times 10^{-27}\ kg/u)}} \\ &= 6.8\times 10^5\ V/m. \end{aligned}$$

Note que a massa, dada em u, precisou ser convertida para kg.

30.2.3 O Efeito Hall – 14/18

E 30-15

Mostre que, em termos de do campo elétrico Hall E e da intensidade de corrente J, o número de portadores de carga por unidade de volume é dado por

$$n = \frac{JB}{e\,E}.$$

▶ Chamando o campo elétrico Hall de E_H, temos que $F_B = F_E = e\,E_H$ ou seja, $eE_H = ev_dB$. Como a velocidade de deriva é dada por $v_d = J/(n\,e)$, basta substitui-la na equação anterior para se encontrar que

$$n = \frac{JB}{e\,E_H}.$$

30.2.4 Movimento Circular de uma Carga – 19/37

E 30-19.

Campos magnéticos são freqüentemente usados para curvar um feixe de elétrons em experimentos de física. Que campo magnético uniforme, aplicado perpendicularmente a um feixe de elétrons que se move a 1.3×10^6 m/s, é necessário para fazer com que os elétrons percorram uma trajetória circular de raio 0.35 m?

▶ Sabemos que $evB = mv^2/r$. Portanto $r = mv/(eB)$, donde tiramos que

$$
\begin{aligned}
B = \frac{mv}{er} &= \frac{(9.11 \times 10^{-31} \text{ Kg})(1.3 \times 10^6 \text{ m/s})}{(1.6 \times 10^{-19} \text{ C})(0.35 \text{ m})} \\
&= 2.11 \times 10^{-5} \text{ T.}
\end{aligned}
$$

E 30-20.

(a) Num campo magnético com $B = 0.5$ T, qual é o raio da trajetória circular percorrida por um elétron a 10% da velocidade escalar da luz? (b) Qual a sua energia cinética em elétrons-volt? Ignore os efeitos relativísticos.

▶ **(a)** Use a Eq. 30-17 para calcular o raio:

$$
\begin{aligned}
r &= \frac{m_e v}{qB} \\
&= \frac{(9.11 \times 10^{-31})(0.1)(3.0 \times 10^8)}{(1.60 \times 10^{-19})(0.50)} \\
&= 3.4 \times 10^{-4} \text{ m.}
\end{aligned}
$$

(b)

$$
\begin{aligned}
K &= \frac{1}{2} m_e v^2 \\
&= \frac{(9.11 \times 10^{-31})(3.0 \times 10^7)^2}{2(1.6 \times 10^{-19} \text{ J/eV})} \\
&= 2.6 \times 10^3 \text{ eV.}
\end{aligned}
$$

E 30-21.

Que campo magnético uniforme deve ser estabelecido no espaço de modo a fazer um próton, de velocidade escalar 1×10^7 m/s, mover-se numa circunferência do tamanho do equador terrestre.

▶ Use a Eq. 30-17:

$$
\begin{aligned}
B &= \frac{m_p v}{qr} \\
&= \frac{(1.67 \times 10^{-27})(1.0 \times 10^7)}{(1.60 \times 10^{-19})(6.37 \times 10^6)} \\
&= 1.63 \times 10^{-8} \text{ T.}
\end{aligned}
$$

E 30-22.

▶ **(a)**

$$
\begin{aligned}
v &= \sqrt{\frac{2K}{m}} \\
&= \sqrt{\frac{2(1.20 \times 10^3)(1.60 \times 10^{-19})}{9.11 \times 10^{-31}}} \\
&= 2.05 \times 10^7 \text{ m/s.}
\end{aligned}
$$

(b) Use a Eq. 30-17:

$$
\begin{aligned}
B &= \frac{m_e v}{qr} \\
&= \frac{(9.11 \times 10^{-31})(2.05 \times 10^7)}{(1.60 \times 10^{-19})(25.0 \times 10^{-2})} \\
&= 4.67 \times 10^{-4} \text{ T.}
\end{aligned}
$$

(c)

$$
\begin{aligned}
f = \frac{v}{2\pi r} &= \frac{2.05 \times 10^7}{2\pi(25.0 \times 10^{-2})} \\
&= 1.31 \times 10^7 \text{ Hz.}
\end{aligned}
$$

(d)

$$
\begin{aligned}
T = \frac{1}{f} &= \frac{1}{1.31 \times 10^7} \\
&= 7.63 \times 10^{-8} \text{ s.}
\end{aligned}
$$

E 30-24.

▶ O período de revolução do íon de iodo é $T = 2\pi r/v = 2\pi m/(qB)$, o que nos fornece

$$
\begin{aligned}
m &= \frac{qBT}{2\pi} \\
&= \frac{(1.60 \times 10^{-19})(45.0 \times 10^{-3})(1.29 \times 10^{-3})}{7(2\pi)(1.66 \times 10^{-27} \text{ kg/u})} \\
&= 127 \text{ u.}
\end{aligned}
$$

P 30-31.

▶ O íon entra no espectrômetro com uma velocidade v relacionada com o potencial por $W = K = qV$, assim:

$$\frac{1}{2}mv^2 = qV.$$

Dentro do instrumento, o íon realiza um movimento circular com velocidade v inalterada usando, então, a Segunda Lei de Newton:

$$\frac{mv^2}{r} = qvB.$$

Mas da primeira equação, $v^2 = \frac{2qV}{m}$ e $r = \frac{x}{2}$, substituindo estes valores, temos:

$$\frac{\frac{m}{2qV/m}}{x/2} = qB.$$

Portanto,

$$m = \frac{B^2qx^2}{8V}.$$

P 30-33.

▶ **(a)** Resolvendo a equação encontrada no Problema 30-31 para o campo B, substituindo $x = 2$ m nela:

$$\begin{aligned} B &= \sqrt{\frac{8Vm}{qx^2}} \\ &= \sqrt{\frac{8(100\times 10^3\ V)(3.92\times 10^{-25}\ kg)}{(3.20\times 10^{-19}\ C)(2.0\ m)^2}} \\ &= 0.495\ T. \end{aligned}$$

(b) Seja N o número de íons separados pela máquina por unidade de tempo. A corrente é então $i = qN$ e a massa que é separada por unidade de tempo é $M = mN$, onde m é a massa de um único íon. M tem o valor

$$\begin{aligned} M = 100\ mg/h &= \frac{100\times 10^{-6}\ kg}{3600\ s} \\ &= 2.78\times 10^{-8}\ kg/s. \end{aligned}$$

Como $N = M/m$ temos

$$\begin{aligned} i = \frac{qM}{m} &= \frac{(3.20\times 10^{-19}\ C)(2.78\times 10^{-8}\ kg/s)}{3.92\times 10^{-25}\ kg} \\ &= 2.27\times 10^{-2}\ A. \end{aligned}$$

(c) Cada íon deposita uma energia de qV na taça, de modo que a energia depositada num tempo Δt é dada por

$$E = NqV\,\Delta t = \frac{i}{q}\,qV\ \Delta t = iV\,\Delta t,$$

onde a segunda expressão foi obtida substituindo-se i/q no lugar de N. Para $\Delta t = 1$ hora, temos

$$\begin{aligned} E &= (2.27\times 10^{-2}\ A)(100\times 10^3\ V)(3600\ s) \\ &= 8.17\times 10^6\ J. \end{aligned}$$

P 30-35.

▶ *(a)* Ver o Exemplo 4. O período é dado por

$$T = \frac{2\pi r}{v\ \text{sen}\,\phi} = \frac{2\pi}{v\ \text{sen}\,\phi}\left(\frac{mv\ \text{sen}\,\phi}{qB}\right) = \frac{2\pi m}{qB}.$$

O pósitron é um elétron positivo, assim no SI

$$T = 3.58\times 10^{-10}\ \text{s}.$$

(b) O passo $p = (v\cos\phi)T$, então, temos primeiro que achar v através da energia cinética. Ou seja,

$$v = \sqrt{\frac{2K}{m}} = 2.651\times 10^7\ \text{m/s}.$$

Portanto,

$$p = (v\cos\phi)T = 0.166\ \text{mm}.$$

(c) O raio é

$$r = \frac{mv\ \text{sen}\,\phi}{qB} = 1.51\ \text{mm}.$$

P 30-37.

▶ **(a)** O raio r da órbita circular é dado por $r = p/(eB)$, onde B é a magnitude do campo magnético. A expressão relativística $p = mv/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ deve ser usada para a magnitude p do momentum. Aqui, v é a magnitude da velocidade do próton, m é sua massa, e c é a velocidade da luz. Portanto

$$r = \frac{mv}{eB\sqrt{1 - v^2/c^2}}.$$

Elevando-se esta expressão ao quadrado e resolvendo-a para v obtemos

$$v = \frac{reBc}{\sqrt{m^2c^2 + r^2e^2B^2}}.$$

Subsitutindo-se $r = 6.37\times 10^6\ m$ (raio da terra), $e = 1.6022\times 10^{-19}\ C$ (a carga do próton), $B = 41\times 10^{-6}\ T$, $m = 1.6726\times 10^{-27}\ kg$ (a massa de um próton), e $c = 2.9979 \times 10^8\ m/s$ obtem-se, finalmente,

$$v = 2.9977 \times 10^8\ m/s.$$

(b) Desenho dos vetores: veja no livro!

30.2.5 Cíclotrons e Sincrotons – 38/42

P 30-42.

Faça uma estimativa da distância percorrida por um dêuteron no ciclotron do Exemplo 30-5 (página 169) durante o processo de aceleração. Suponha um potencial acelerador entre os *dês* de 80 kV.

▶ Aproxime a distância total pelo número de revoluções multiplicado pela circunferência da órbita correspondente à energia média. Isto é uma boa aproximação pois o dêuteron recebe a mesma energia a cada revolução e seu período não depende da sua energia.
O dêuteron acelera duplamente em cada ciclo e, cada vez, recebe uma energia de $qV = 80 \times 10^3$ eV. Como sua energia final é 16.6 MeV, o número de revoluções que ele faz é

$$n = \frac{16.6 \times 10^6 \text{ eV}}{2(80 \times 10^3 \text{ eV})} = 104.$$

Sua energia média durante o processo de aceleração é 8.3 MeV. O raio da órbita é dado por $r = mv/(qB)$, onde v é a velocidade do dêuteron. Como tal velocidade é dada por $v = \sqrt{2K/m}$, o raio é

$$r = \frac{m}{qB}\sqrt{\frac{2K}{m}} = \frac{1}{qB}\sqrt{2Km}.$$

Para a energia média temos

$$K = (8.3 \times 10^6 \text{ eV})(1.6 \times 10^{-19} \text{ J/eV}).$$

Portanto,

$$r = \frac{\sqrt{2K(3.34 \times 10^{-27})}}{(1.60 \times 10^{-19})(1.57)} = 0.375 \text{ m}.$$

A distância total viajada é, aproximadamente,

$$n\ 2\pi r = (104)(2\pi)(0.375) = 245 \text{ m}.$$

30.2.6 Força magnética sobre fio transportando corrente – 43/52

E 30-44.

Um condutor horizontal numa linha de força transporta uma corrente de 5000 A do sul para o norte. O campo magnético da Terra (60 μT) está direcionado para o norte e inclinado para baixo de um ângulo de 70^o com a linha horizontal. Determine o módulo, a direção e o sentido da força magnética devida ao campo da Terra sobre 100 m do condutor.

▶ A magnitude da força magnética sobre o fio é dada por

$$F_B = iLB \text{ sen}\phi,$$

onde i é a corrente no fio, L é o comprimento do fio, B é a magnitude do campo magnético, e ϕ é o ângulo entre a corrente e o campo. No presente caso, $\phi = 70^o$. Portanto

$$\begin{aligned} F_B &= (5000)(100)(60.0 \times 10^{-6}) \text{ sen } 70^o \\ &= 28.2\,\text{N}. \end{aligned}$$

Aplique a regra da mão direita ao produto vetorial $\mathbf{F}_B = i\mathbf{L} \times \mathbf{B}$ para mostrar que a força aponta para o oeste.

E 30-45.

Um fio de 1.80 m de comprimento transporta uma corrente de 13 A e faz um ângulo de 35^o com um campo magnético uniforme $B = 1.5$ T. Calcular a força magnética sobre o fio.

▶

$$\begin{aligned} F &= iLB \text{ sen } 35^o \\ &= (13)(1.8)(1.5) \text{ sen } 35^o \\ &= 20.133N. \end{aligned}$$

P 30-46.

▶ Como $\mathbf{F}_B = i\mathbf{L} \times \mathbf{B}$, a corrente tem que fluir da esquerda para a direita. A condição de equilíbrio requer que tenhamos

$$F_B = P,$$

isto é, que

$$iLB = mg.$$

Portanto

$$i = \frac{mg}{LB} = \frac{(0.0130\ kg)(9.8\ m/s^2)}{(0.620\ m)(0.440\ T)} = 0.467\ A.$$

P 30-48.

▶ A força é dada por $\mathbf{F} = i\mathbf{L} \times \mathbf{B}$, e aponta para o lado esquerdo da figura, sendo esta a direção da velocidade. O módulo da força é $F = iBd$, sendo portanto a aceleração sofrida pelo fio dada por $a = F/m$. Como o fio parte do repouso, sua velocidade é

$$v = at = \frac{F}{m}\ t = \frac{iBtd}{m}.$$

P 30-52.

Uma barra de cobre de 1 kg está em repouso sobre dois trilhos horizontais que distam 1 m um do outro e permite a passagem de uma corrente de 50 A de um trilho para o outro. O coeficiente de atrito estático é de 0.60. Qual é o menor campo magnético (não necessariamente vertical) que daria início ao movimento da barra?

▶ Escolhendo uma orientação arbitrária para o campo, vemos que a força magnética terá tanto uma componente horizontal quanto uma componente vertical. A componente horizontal deverá atuar de modo a vencer a força de atrito $f = \mu_s N$, onde N representa a força normal que os trilhos (parados) exercem sobre a barra e μ_s é o coeficiente de atrito estático. A componente vertical da força magnética atua no sentido de *reduzir* tanto o peso da barra quanto a força de atrito.

Seja θ o ângulo que B faz com a vertical. A força magnética é $F_B = iLB$, pois B faz 90^0 com a barra horizontal. Como a barra está prestes a deslizar, usando a Eq. 1 do Cap. 6, obtemos para as componentes horizontais:

$$iLB\cos\theta - \mu_s N = 0.$$

Equilibrando as componentes verticais, obtemos:

$$N + iLB\ \text{sen}\theta - mg = 0.$$

Eliminando N das duas equações, encontramos:

$$iLB\cos\theta - \mu_s(mg - iLB\ \ \text{sen}\theta) = 0,$$

ou seja,

$$B = \frac{\frac{\mu_s mg}{iL}}{\cos\ \theta + \mu_s\ \ \text{sen}\theta}.$$

O menor valor de B ocorre quando o denominador da expressão acima for máximo. Para determina o valor de θ que maximiza tal denominador basta calcular a derivada em relação a θ do denominador e iguala-la a zero:

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{d}{d\theta}\Big(\cos\theta + \mu_s\ \ \text{sen}\theta\Big) \\ &= -\ \text{sen}\theta + \mu_s\ \ \cos\theta. \end{aligned}$$

Portanto, o denominador terá um extremo [que é um *máximo*. Verifique isto!] quando

$$\mu_s =\ \text{sen}\theta/\cos\theta =\ \text{tg}\ \theta,$$

ou seja, quando

$$\theta = tg^{-1}\ \mu_s = tg^{-1}\ 0.60 = 31^o.$$

Substituindo este valor de θ na expressão para B, acima, encontramos o valor mínimo pedido:

$$\begin{aligned} B_{\text{min}} &= \frac{0.60(1.0\ \text{kg})(9.8\ \text{m/s}^2)}{(50\ \text{A})(1.0\ \text{m})(\cos 31^o + 0.60\ \ \text{sen}\ 31^o)} \\ &= 0.10\ \text{T}. \end{aligned}$$

30.2.7 Torque sobre uma Bobina de Corrente – 53/61

E 30-54.

A Fig. 30-39 mostra uma bobina de retangular, com 20 voltas de fio, de dimensões 10 cm [pr 5 cm. Ela transporta uma corrente de 0.10 A e pode girar em torno de um lado longo. Ela está montada com seu plano fazendo um ângulo de 30^o com a direção de um campo magnético uniforme de 0.50 T. Calcular o torque que atua sobre a bobina em torno do eixo que passa pelo lado longo.

▶ No plano de uma folha de papel, escolha um sistema de coordenadas XY com o eixo y na horizontal, crescendo para a direita, e o eixo x na vertical, crescendo para baixo. Com tal escolha, o eixo de giro estará sobre a vertical $0z$, enquanto que o campo estará na mesma direção horizontal de y.
Chame de a e b os comprimentos curtos e longos que formam o retângulo da bobina. Seja θ o ângulo de 30^o entre o lado a e o campo (suposto ao longo do eixo $0y$). Na bobina atuarão quatro forças, uma sobre cada um dos lados do retângulo. Porém, a única força que pode produzir um torque em relação ao eixo vertical é aquela exercida sobre o lado de comprimento b oposto ao eixo de apoio. O módulo de tal força é:

$$F = ibB \text{ sen} 90^0 = ibB,$$

estando ela dirigida ao longo do eixo x (isto é, para baixo).
De acordo com a figura indicada na solução deste problema, vemos que a menor distância entre a força F e o eixo de giro (oo seja, o chamado “braço de alavanca”) é $(a\cos\theta)$. Portanto, o torque para N espiras será:

$$\tau = N(ibB)(a\cos\theta) = 4.33 \times 10^{-3} \text{ N·m}.$$

Pela regra da mão direita o sentido é $-z$, ou seja, o torque está orientado de cima para baixo.

▶ Uma outra maneira (mais formal porém bem mais direta) é calcular o torque a partir da sua definição $\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$, onde $\mu = |\vec{\mu}| = NiA = Ni(ab)$. Nesta definição é preciso cuidar para usar o *ângulo correto*! Notando-se que o ângulo entre $\vec{B}$ e $\vec{\mu}$ (cuja direção é a da normal à espira) é de $90 - \theta$ graus, temos

$$\begin{aligned} \tau &= \mu B \text{ sen } (90-\theta) \\ &= \mu B \cos(\theta) \\ &= (Niab)B\cos(\theta) = 4.33 \times 10^{-3} \text{ N·m}. \end{aligned}$$

Perceba que as duas expressões usadas para τ contém exatamente os mesmos elementos, porém ordenados de modo diferente, com interpretações um pouco diferentes: num caso o fator $a\cos\theta$ da o braço de alavanca, no outro o $\cos\theta$ aparece devido ao produto escalar.

P 30-56.

▶ Se N espiras completas são formadas por um fio de comprimento L, a circunferência de cada volta é de L/N, e o raio é de $\frac{L}{2\pi N}$. Portanto, a área de cada espira vale:

$$A = \pi(\frac{L}{2\pi N})^2 = \frac{L^2}{4\pi N^4}.$$

Para o torque máximo, orientamos o plano de espiras paralelamente às linhas do campo magnético; assim, segundo a Eq. 27, $\theta = 90^0$, temos:

$$\tau = NiAB = Ni\Big(\frac{L^2}{4\pi N^2}\Big)B = \frac{iL^2B}{4\pi N}.$$

Como N aparece no denominador, o torque máximo ocorre quando $N = 1$:

$$\tau_{max} = \frac{iL^2B}{4\pi}.$$

P 30-59.

A Fig. 30-40 mostra um anel de arame de raio a perpendicular à direção geral de um campo magnético divergente, radialmente simétrico. O campo magnético no anel tem em todos os seus pontos o mesmo módulo B e faz um ângulo θ com a normal ao plano do anel. os fios de ligação, entrelaçados, não tem efeito algum sobre o problema. Determine o módulo, a direção e o sentidoda força que o campo exerce sobre o anel se este for percorrido por uma corrente i como mostra a figura.

▶ Considere um segmento infinitesimal do laço, de comprimento ds. O campo magnético é perpendicular ao segmento de modo que a força magnética sobre ele tem uma magnitude $dF = iB\,ds$. O diagrama abaixo mostra a direção da força para o segmento na extrema direita do laço:

A componente horizontal da força tem magnitude $dF_h = (iB\cos\theta)\,ds$ e aponta para dentro do centro do laço. A componente vertical tem magnitude $dF_v = (iB \text{ sen}\theta)\,ds$ e aponta para cima.
Agora, somemos as forças em todos segmentos do laço. A componente horizontal da força total anula-se pois cada segmento do fio pode ser pareado com outro segmento, diametralmente oposto. As componentes horizontais destas forças apontam ambas em direção ao centro do laço e, portanto, em direções opostas.
A componente vertical da força total é

$$F_v = iB \text{ sen}\theta \int ds = iB \text{ sen}\theta\,(2\pi a).$$

Note que i, B, e θ tem o mesmo valor para cada segmento e portanto podem ser extraidos para fora da integral.

P 30-60.

▶ **(a)** A corrente no galvanômetro deveria ser de 1.62 mA quando a ddp através da combinação resistor-galvanômetro é de 1 V. A ddp através do galvanômetro apenas é

$$i_G = (1.62 \times 10^{-3})(75.3) = 0.122\,\text{V}$$

de modo que o resistor deve estar em série com o galvanômetro e a ddp através dele deve ser

$$1.0 - 0.122 = 0.878\ \text{V}.$$

A resistência deve ser

$$R = \frac{0.878}{1.62 \times 10^{-3}} = 542\,\Omega.$$

(b) A corrente no galvanômetro deveria ser de 1.62 mA quando a corrente através da combinação resistor-galvanômetro é de 50 mA. O resistor deve estar em paralelo com o galvanômetro e a corrente através dele deve ser

$$50 - 1.62 = 48.38\,\text{mA}.$$

A ddp através do resistor é a mesma que a ddp através do galvanômetro, 0.122 V, de modo que a resistência deve ser

$$R = \frac{0.122}{48.8 \times 10^{-3}} = 2.52\,\Omega.$$

P 30-61.

A Fig. 30-41 mostra um cilindro de madeira com massa $m = 0.250$ kg e comprimento $L = 0.10$ m, com $N = 10$ voltas de fio enrolado em torno dele longitudinalmente, de modo que o plano da bobina, assim, formada, contenha o eixo do cilindro. Qual é a corrente mínima através da bobina capaz de impedir o cilindro de rolar para baixo no plano inclinado de θ em relação à horizontal, na presença de um campo magnético uniforme vertical de 0.5 T, se o plano dos enrolamentos for paralelo ao plano inclinado?

▶ Se o cilindro rolar, terá como eixo instantâneo de rotação o ponto P, ponto de contato do cilindro com o plano. Nem a força normal nem a força de atrito exercem torques sobre P, pois as linhas de ação destas duas forças passam pelo ponto P. As duas únicas forças que exercem torque em relação a P são (i) o peso e (ii) a força devida ao campo magnético.

Da definição de torque [Eq. 12-21 da quarta edição Halliday] temos

$$\vec{\tau} = \mathbf{r} \times \mathbf{F},$$

onde $\mathbf{F} = m\mathbf{g}$ no caso gravitacional em questão. Portanto, o módulo do torque devido a ação gravitacional vale

$$\tau_g = |\mathbf{r} \times m\mathbf{g}| = mgR\ \text{sen}\theta,$$

onde R representa o raio do cilindro. O torque devido ao campo magnético sobre a espira vale:

$$\tau_m = \mu B\ \text{sen}\theta = NiA\,B\ \text{sen}\theta = Ni(2RL)\,B\ \text{sen}\theta.$$

Para que não haja rotação, os dois torques devem ser iguais (ou, equivalentemente, a soma dos torques deve ser nula):

$$Ni2RLB\ \text{sen}\theta = mgR\ \text{sen}\theta.$$

Portanto,

$$i = \frac{mg}{2NBL} = 2.45\ \text{A}.$$

30.2.8 O Dipolo Magnético – 62/72

E 30-62.

▶ **(a)** A magnitude do momento de dipolo magnético é dada por $\mu = NiA$, onde N é o número de voltas, i é a corrente em cada volta, e A é a área do laço. Neste caso os laços são circulares, de modo que $A = \pi r^2$, onde r é o raio de uma volta. Protanto,

$$\begin{aligned} i = \frac{\mu}{N\pi r^2} &= \frac{2.50}{(160)(\pi)(0.0190)^2} \\ &= 12.7\ \text{A}. \end{aligned}$$

(b) O torque máximo ocorre quando o momento de dipolo estiver perpendicular ao campo (ou o plano do laço for paralelo ao campo). O torque é dado por

$$\begin{aligned} \tau &= \mu B \\ &= (2.30)(35.0 \times 10^{-3}) = 8.05 \times 10^{-2}\ \text{N·m}. \end{aligned}$$

P 30-63.

O momento de dipolo da Terra vale 8^{22} J/T. Suponha que ele seja produzido por cargas fluindo no núcleo derretido da Terra. Calcular a corrente gerada por estas cargas, supondo que o raio da trajetória descrita por elas seja 3500 km.

▶ Da equação $\mu = NiA = i\pi r^2$ obtemos sem problemas

$$\begin{aligned} i = \frac{\mu}{\pi r^2} &= \frac{8.0\times 10^{22}}{\pi(3500\times 10^3)^2} \\ &= 2.08\times 10^9 \text{ A.} \end{aligned}$$

P 30-67.

Uma espira circular de corrente, de raio 8 cm, transporta uma corrente de 0.2 A. Um vetor unitário, paralelo ao momento de dipolo $\vec{\mu}$ da espira é dado por $0.60\mathbf{i} - 0.80\mathbf{j}$. A espira está imersa num campo magnético dado por $\mathbf{B} = (0.5\ T)\ \mathbf{i} + (0.3\ T)\ \mathbf{j}$. Determine (a) o torque sobre a espira (usando notação vetorial) e (b) a energia potencial magnética da espira.

▶ Conforme dado, o vetor momento de dipolo magnético é

$$\vec{\mu} = \mu(0.60\mathbf{i} - 0.80\mathbf{j}),$$

onde

$$\begin{aligned} \mu = NiA &= Ni\pi r^2 \\ &= 1(0.20)(\pi)(0.080)^2 \\ &= 4.0212\times 10^{-3}\ \text{ A}\cdot\text{m}^2. \end{aligned}$$

Nesta expressão, i é a corrente na espira, N é o número de espiras, A a área da espira, e r é raio da espira.

(a) O torque é

$$\begin{aligned} \vec{\tau} &= \vec{\mu}\times\mathbf{B} = \mu(0.60\mathbf{i} - 0.80\mathbf{j})\times(0.25\mathbf{i} + 0.30\mathbf{k}) \\ &= \mu\big[(0.60)(0.25)(\mathbf{i}\times\mathbf{i}) \\ &\qquad +(0.60)(0.30)(\mathbf{i}\times\mathbf{k}) \\ &\qquad -(0.80)(0.25)(\mathbf{j}\times\mathbf{i}) \\ &\qquad -(0.80)(0.30)(\mathbf{j}\times\mathbf{k})\big] \\ &= \mu\big[-0.18\,\mathbf{j} + 0.20\,\mathbf{k} - 0.24\,\mathbf{i}\big], \end{aligned}$$

onde usamos o fato que

$$\mathbf{i}\times\mathbf{k} = -\mathbf{j},\quad \mathbf{j}\times\mathbf{i} = -\mathbf{k},\quad \mathbf{j}\times\mathbf{k} = \mathbf{i},\quad \mathbf{i}\times\mathbf{i} = 0.$$

Substituindo o valor de μ obtemos

$$\tau = [-0.965\,\mathbf{i} - 7.23\,\mathbf{j} + 8.04\,\mathbf{k}]\times 10^{-4}\ \text{N}\cdot\text{m}.$$

(b) A energia potencial do dipolo é dada por

$$\begin{aligned} U &= -\vec{\mu}\cdot\vec{B} \\ &= -\mu(0.60\,\mathbf{i} - 0.80\,\mathbf{j})\cdot(0.25\,\mathbf{i} + 0.30\,\mathbf{k}) \\ &= -\mu(0.60)(0.25) \\ &= -0.15\,\mu \\ &= -6.0\times 10^{-4}\ \text{J}, \end{aligned}$$

onde usamos $\mathbf{i}\cdot\mathbf{i} = 1$, $\mathbf{i}\cdot\mathbf{k} = 0$ e $\mathbf{j}\cdot\mathbf{k} = 0$.