# Exercícios Resolvidos de Teoria Eletromagnética

**Jason Alfredo Carlson Gallas,** **professor titular de física teórica,**
Doutor em Física pela Universidade Ludwig Maximilian de Munique, Alemanha

Instituto de Física, Universidade Federal do Rio Grande do Sul
91501-970 Porto Alegre, BRASIL

Matéria para a TERCEIRA prova. Numeração conforme a **quarta** edição do livro "Fundamentos de Física", Halliday, Resnick e Walker.

Esta e outras listas encontram-se em: *http://www.if.ufrgs.br/∼jgallas*

## Conteúdo



Comentários/Sugestões e Erros: favor enviar para `jgallas @ if.ufrgs.br`
(`lista3.tex`)

# 31 Lei de Ampère

## 31.1 Questões

**Q 31-7.**

A Fig. 31-23 mostra uma vista de cima de quatro fios paralelos transportando correntes iguais e de mesmo sentido. Qual é a direção e o sentido da força sobre o fio da esquerda, causada pelas correntes nos outros três fios?

▶ Fios com correntes paralelas atraem-se. Portanto a força atuará na diagonal horizontal, da esquerda para a direita. As componentes verticais cancelam-se.

**Q 31-12.**

▶ Tenderá para uma espira circular, pois fios com correntes anti-paralelas repelem-se.

## 31.2 Problemas e Exercícios

### 31.2.1 Cálculo do Campo Magnético – 1/26

**E 31-3.**

Um topógrafo está usando uma bússola a 6 m abaixo de uma linha de transmissão na qual existe uma corrente constante de 100 A. **(a)** Qual é o campo magnético no local da bússola em virtude da linha de transmissão? **(b)** Isso irá interferir seriamente na leitura da bússola? A componente horizontal do campo magnético da Terra no local é de 20 $\mu$T.

▶ *(a)* A magnitude do campo magnético devido à corrente no fio, a uma distância $r$ do fio é dada por

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}.$$

Para $r = 6.0$ m encontramos

$$\begin{aligned} B &= \frac{(4\pi \times 10^{-7})(100)}{2\pi 6} \\ &= 3.3 \times 10^{-6} \\ &= 3.3\ \mu\text{T}. \end{aligned}$$

*(b)* O valor acima é aproximadamente $1/6$ da magnitude do campo terrestre. Portanto, ele irá afetar a leitura da bússola.

**E 31-7.**

Em uma localidade nas Filipinas, o campo magnético da Terra de 39 $\mu$T é horizontal e aponta para o norte. Exatamente a 8 cm acima de um fio retilíneo longo, que transporta uma corrente constante o campo resultante é zero. Quais são **(a)** a intensidade e **(b)** o sentido da corrente?

▶ *(a)* O campo devido ao fio, num ponto a 8 cm do fio deve valer 39 $\mu$T e deve apontar para o sul, de modo a cancelar o campo dado. Como o $B = \mu_0 i/(2\pi r)$, encontramos

$$\begin{aligned} i &= \frac{2\pi r B}{\mu_0} \\ &= \frac{2\pi(0.080)(39 \times 10^{-6})}{4\pi \times 10^{-7}} \\ &= 16\ \text{A}. \end{aligned}$$

*(b)* A corrente deve fluir do oeste para o leste de modo a produzir um campo direcionado para o sul em pontos abaixo do fio.

**P 31-11.**

O fio mostrado na Fig. 31-31 transporta uma corrente $i$. Que campo magnético $\mathbf{B}$ é produzido no centro $C$ do semicírculo **(a)** por cada segmento retilíneo de comprimento $L$, **(b)** pelo segmento semicircular de raio $R$ e **(c)** pelo fio inteiro?

▶ *(a)* O campo produzido por cada segmento retilíneo é nulo pois o produto vetorial de $d\mathbf{s}$ com $\mathbf{r}$ é nulo, ao longo de ambos segmentos, uma vez que os dois vetores são paralelos ao longo dos segmentos.
*(b)* Conforme o Exemplo 31-1, página 186, o campo devido ao segmento semicircular é dirigido para dentro da página e tem uma magnitude dada por (Veja a Eq. 31-5, na pag. 184):

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i\ ds\ \text{sen}\ 90^o}{R^2},$$

onde $ds = Rd\theta$. Portanto

$$\begin{aligned} B = \int dB &= \int_0^\pi \frac{\mu_0 i}{4\pi}\frac{Rd\theta}{R^2} \\ &= \frac{\mu_0 i}{4\pi R}\int_0^\pi d\theta \\ &= \frac{\mu_0 i}{4\pi R}(\pi - 0) \\ &= \frac{\mu_0 i}{4R}. \end{aligned}$$

*(c)* O campo total devido ao fio inteiro é a soma dos três campos determinados nos dois itens anteriores, ou seja, coincide com o valor determinado no item (b) acima.

---

**P 31-13.**

Use a lei de Biot-Savart para calcular o campo magnético $\mathbf{B}$ em $C$, o centro comum dos arcos semicirculares $AD$ e $HJ$ na Fig. 31-33. Os dois arcos de raio $R_2$e $R_1$, respectivamente, formam parte do circuito $ADJHA$ transportando uma corrente $i$.

▶ Usando o resultado obtido no Problema 31-11, concluimos sem grandes problemas que o campo em $C$ aponta para dentro da página e tem magnitude dada por

$$B = \frac{\mu_0 i}{4}\Big(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\Big).$$

---

**P 31-16.**

Considere o circuito da Fig. 31-36. Os segmentos curvos são arcos de círculos de raios $a$ e $b$. Os segmentos retilíneos estão ao longo de raios. Determine o campo magnético **B** em $P$, considerando uma corrente $i$ no círculo.

▶ Conforme a Lei de Biot-Savart, a contribuição para o campo magnético $dB$ devido à seção $d\mathbf{s}$ do fio é

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\,\frac{d\mathbf{s}\times\mathbf{r}}{r^3}.$$

Os trechos radiais não contribuem pois nelas o produto vetorial é zero por termos sempre $d\mathbf{s}$ paralelo a $\mathbf{r}$.
Ao longo de qualquer trecho circular de raio $r$ a magnitude de $dB$ é dada por

$$dB = \frac{\mu_0 i}{4\pi r^2}\ \text{sen}\ 90^o\ ds = \frac{\mu_0 i}{4\pi r^2}\ ds.$$

Portanto, lembrando a relação entre arco e ângulo, $s = r\theta$, temos

$$\begin{aligned} B &= \frac{\mu_0 i}{4\pi r^2}\int ds = \frac{\mu_0 i}{4\pi r^2}s \\ &= \frac{\mu_0 i}{4\pi r}\ \theta. \end{aligned}$$

Considerando como ‘positivo’ o campo que *sai* da página, segue facilmente que

$$\begin{aligned} B &= B_b - B_a \\ &= \frac{\mu_0 i\theta}{4\pi}\Big(\frac{1}{b} - \frac{1}{a}\Big), \end{aligned}$$

direcionado verticalmente para fora do papel.
`NOTA:` para $\theta = \pi$ o resultado acima recai no do problema 31-13.

---

**P 31-17.**

Um segmento retilíneo de fio, de comprimento $L$, transporta uma corrente $i$. Mostre que o módulo do campo magnético $\mathbf{B}$ produzido por este segmento, a uma distância $R$ do segmento ao longo de sua mediatriz (veja a Fig. 31-37), é

$$B = \frac{\mu_o i}{2\pi R}\frac{L}{\sqrt{L^2+4R^2}}.$$

Mostre que esta expressão se reduz a um resultado esperado quando $L \to \infty$.

▶ Suponha que o fio esteja sobre o eixo $z$, com a origem localizada no meio do fio. A lei de Biot e Savart

$$dB = \Big|\frac{\mu_0 i}{4\pi}\frac{d\mathbf{z}\times\mathbf{r}}{r^3}\Big| = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\,\frac{\text{sen}\,\theta}{r^2}\ dz.$$

Observando que

$$\begin{aligned} r &= \sqrt{z^2+R^2} \\ \text{sen}\,\theta &= \frac{R}{r} = \frac{R}{\sqrt{z^2+R^2}}, \end{aligned}$$

encontramos sem muito trabalho que

$$\begin{aligned} B &= \frac{\mu_0 i}{4\pi}\,R\int_{-L/2}^{L/2}\frac{dz}{(z^2+R^2)^{3/2}} \\ &= \frac{\mu_0 i}{4\pi}\,R\,\frac{1}{R^2}\,\frac{z}{(z^2+R^2)^{1/2}}\Big|_{-L/2}^{L/2} \\ &= \frac{\mu_0 i}{2\pi R}\,\frac{L}{\sqrt{L^2+4R^2}}. \end{aligned}$$

Para $L \gg R$, podemos ignorar o termo $R^2$ obtendo $B = \frac{\mu_0 i}{2\pi R}$, que é o campo de um fio muito comprido. Para pontos muito próximos do fio, ele comporta-se como um fio muito comprido.

**P 31-18.**

Uma espira quadrada de fio de fio, de lado $a$, transporta uma corrente $i$. Mostre que, no centro da espira, o módulo do campo magnético produzido pela corrente é

$$B = \frac{2\sqrt{2}\,\mu_0 i}{\pi a}.$$

(*Sugestão:* Veja o Problema 31-17.)

▶ O campo no centro da espira quadrada será dado pela soma das quatro contribuições individuais dos quatro segmentos que formam os lados do quadrado.
A contribuição devida a um lado do quadrado pode ser obtida da expressão de $B$ do Problema 31-17, substituindo-se $R = a/2$ e $L = a$. Portanto, o campo no centro da espira é dado por

$$\begin{aligned} B &= 4 \times \frac{\mu_0 i}{2\pi(a/2)} \frac{a}{\sqrt{a^2 + 4(a/2)^2}} \\ &= \frac{2\sqrt{2}\,\mu_0 i}{\pi a}. \end{aligned}$$

---

**P 31-20.**

▶ O campo devido ao quadrado é a soma vetorial dos campos devidos aos quatro lados do quadrado. Considere, então, apenas um lado. O ponto em que desejamos o campo está sob a reta mediatriz perpendicular a esse lado, a uma distância $R$ que é dada por

$$R = \sqrt{x^2 + a^2/4} = \frac{1}{2}\sqrt{4x^2 + a^2}.$$

Logo, com $L = a$ no resultado do Problema 31-17 obtemos:

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi R}\Big[\frac{a}{\sqrt{a^2 + 4R^2}}\Big].$$

Substituindo o valor de $R$ encontrado acima, chegamos ao seguinte resultado

$$B = \frac{\mu_0 i}{\pi}\Big[\frac{a}{\sqrt{4x^2 + a^2}\sqrt{4x^2 + a^2}}\Big].$$

A direção deste campo é ortogonal ao plano que contém o lado considerado para o cálculo feito acima e perpendicular ao bissetor desse lado. Pela simetria do problema, vemos que a componente desse campo perpendicular à normal do quadrado deve se anular. Assim, o campo resultante é dado por

$$\begin{aligned} B_r &= 4B\cos\theta = 4B\frac{a/2}{R} \\ &= \frac{4\mu_0 i}{\pi}\Big[\frac{a^2}{(4x^2 + a^2)\sqrt{4x^2 + a^2}}\Big]. \end{aligned}$$

Como esperado, para $x = 0$ (centro do quadrado), obtemos o resultado do Problema 31-18.

---

**P 31-22.**

▶ A solução é análoga a do Problema 31-17, porém com $R = D$ e trocando-se os limites de integração:

$$\int_{-L/2}^{L/2} \rightarrow \int_{-L}^{0}.$$

Com isto obtemos facilmente que

$$\begin{aligned} B &= \frac{\mu_0 i D}{4\pi}\int_{-L}^{0} \frac{dx}{(x^2 + D^2)^{3/2}} \\ &= \frac{\mu_0 i D}{4\pi}\frac{1}{D^2}\frac{x}{\sqrt{x^2 + D^2}}\Big|_{-L}^{0} \\ &= \frac{\mu_0 i}{4\pi D}\frac{L}{\sqrt{L^2 + D^2}}. \end{aligned}$$

---

### 31.2.2 Dois Condutores Paralelos – 27/39

---

**E 31-28.**

Dois fios paralelos, retilíneos e longos, separados por $0.75$ cm estão perpendiculares ao plano da página, como é mostrado na Fig. 31-43. O fio 1 transporta uma corrente de $6.5$ A para dentro da página. Qual deve ser a corrente (intensidade e sentido) no fio 2 para que o campo magnético resultante no ponto $P$ seja zero?

▶ No ponto $P$, o campo devido à corrente no fio 1 aponta da direita para a esquerda. Portanto, para equilibra-lo, precisamos de um campo apontando da esquerda para a direita, ou seja, a corrente no fio 2 deve estar *saindo da página*. Para determinar seu módulo usamos a condição

$B_1 = B_2$ onde

$$\begin{aligned} B_1 &= \frac{\mu_0\, i_1}{(2\pi)(0.015+0.0075)} \\ &= \frac{\mu_0\, 6.5}{(2\pi)(0.015+0.0075)} \\ &= 5.77\times 10^{-7}\ \text{T}, \end{aligned}$$

$$B_2 = \frac{\mu_0\, i_2}{(2\pi)(0.015)}.$$

Portanto, de $B_2 = B_1$, obtemos sem dificuldades que

$$i_2 = \frac{0.015}{0.015+0.0075} i_1 = \frac{2}{3}\, i_1 = 4.33\ \text{A}.$$

---

**E 31-29.**

Dois fios longos e paralelos, separados por uma distância $d$, transportam correntes $i$ e $3i$ no mesmo sentido. Localize o ponto ou os pontos em que seus campos magnéticos se cancelam.

▶ O campo magnético será nulo ao longo de uma linha contida no plano formado pelos dois fios paralelos, localizada entre os dois fios. Supondo-se que tal plano seja horizontal, que o fio á esquerda transporte a corrente $i_1 = 3i$, que o fio á direita transporte a corrente $i_2 = i$, chamemos de $x$ a distância do fio mais á esquerda até o ponto $P$ onde o campo magnético é nulo. Neste caso, o fio com a corrente $i$ estará a uma distância $d - x$ do ponto $P$.
No ponto $P$, o campo $B_e$ devido ao fio á esquerda será proporcional a $3i/x$, isto é, $B_e \propto 3i/x$. O campo $B_d$ devido ao fio á direita será $B_d \propto i/(d-x)$. Para que o campo se anule em $P$, devemos ter $B_e = B_d$. Como a constante de proporcionalidade é a mesma, podemos escrever

$$\frac{i_1}{x} = \frac{i_2}{d-x}.$$

Resolvendo esta equação obtemos

$$x = \frac{i_1}{i_1+i_2}\, d = \frac{3i}{3i+i}\, d = \tfrac{3}{4} d.$$

Portanto vemos que o ponto $P$ está a $3d/4$ do fio que transporta a corrente $3i$ ou, equivalentemente, a $d/4$ do fio que transporta a corrente $i$.

---

**E 31-30.**

A Fig. 31-44 mostra cinco fios longos e paralelos no plano $xy$. Cada fio transporta uma corrente $i = 3$ A no sentido positivo do eixo $x$. A separação entre fios adjacentes vale $d = 8$ cm. Determine a força magnética por metro exercida sobre cada um dos cinco fios pelos outros fios.

▶ Consideremos a força no fio bem da esquerda. Para simplificar, enumeremos os 4 fios à direita dele, consecutivamente, da esquerda para a direita, com os números 1, 2, 3 e 4. Temos então

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_1 &= \frac{\mu_0\, i}{2\pi d}\,(-\mathbf{k}), \\ \mathbf{B}_2 &= \frac{\mu_0\, i}{2\pi(2d)}\,(-\mathbf{k}), \\ \mathbf{B}_3 &= \frac{\mu_0\, i}{2\pi(3d)}\,(-\mathbf{k}), \\ \mathbf{B}_4 &= \frac{\mu_0\, i}{2\pi(4d)}\,(-\mathbf{k}), \end{aligned}$$

onde $i = 3$ A e $d = 0.08$ m. Note que estes campos magnéticos apontam no mesmo sentido, a saber, no sentido negativo de $z$.
Portanto a força total no fio bem da esquerda é

$$\mathbf{F}_{\text{esq}} = i\mathbf{L}\times(\mathbf{B}_1+\mathbf{B}_2+\mathbf{B}_3+\mathbf{B}_4).$$

Proceda analogamente para os outros fios, prestando sempre atenção ao definir as distâncias relativas entre os fios.
Note que devido a simetria do problema, a força total no fio do meio será *nula*, enquanto que a força total nos fios eqüidistantes do fio central será igual em módulo mas apontando em sentidos contrários.

---

**P 31-36.**

Na Fig. 31-46, qual é a força por unidade de comprimento, em módulo, direção e sentido, atuando sobre o fio inferior à esquerda? As correntes idênticas $i$ têm os sentidos indicados na figura.

▶ Chamando de $\mathbf{B}$ o campo total resultante no fio inferior à esquerda e de $\mathbf{F}$ a força total resultante, temos $\mathbf{F} = i\mathbf{L}\times\mathbf{B}$. Partindo do fio localizado no canto superior esquerdo e numerando-os no sentido horário com rótulos 1, 2 e 3 temos

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_1+\mathbf{B}_2+\mathbf{B}_3.$$

As componentes horizontal (x) e vertical (y) são, respectivamente,

$$\begin{aligned} B_x &= B_1 - B_2\cos 45^o, \\ B_y &= B_2\ \text{sen}\ 45^o + B_3. \end{aligned}$$

Considerando a figura e a expressão do campo gerado por um fio obtemos

$$B_1 = B_3 = \frac{\mu_0\ i}{2\pi a}, \qquad B_2 = \frac{\mu_0\ i}{2\pi\sqrt{2}\,a}.$$

Portanto, observando que $\cos 45^o = \sqrt{2}/2$, temos

$$\begin{aligned} B_x &= \frac{\mu_0\ i}{2\pi a}\Big(1 - \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}\Big) = \frac{\mu_0\ i}{4\pi\ a} \\ B_y &= \frac{\mu_0\ i}{2\pi a}\Big(\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} + 1\Big) = \frac{3\mu_0\ i}{4\pi\ a} \end{aligned}$$

O módulo do campo resultante é

$$B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2} = \frac{\mu_0\ i\sqrt{10}}{4\pi\ a},$$

estando este campo localizado sobre uma reta que faz um angulo $\theta$, contado no sentido anti-horário a partir da horizontal, onde *tg* $\theta = B_y/B_x = 3$, ou seja, $\theta =$ arctg $3 \simeq 71^o$.

$$\frac{F}{\ell} = \frac{\mu_0\ i^2\sqrt{10}}{4\pi\ a},$$

perpendicular ao vetor $\mathbf{B}$, apontando para a esquerda.

---

**P 31-37.**

▶ *(a)* O campo $B_s$ devido ao fio que está na parte superior da Fig. 31-47 é tangente ao círculo de raio $r$ centrado no fio e que passa pelo ponto $P$. Levando-se em conta a regra da mão direita, ve-se que tal campo aponta para cima e para a direita, e faz um ângulo $\theta$ com a horizontal, ângulo que é idêntico ao ângulo formado pelo segmento $d$ e o raio $r$ e cujo cosseno é dado por

$$\cos\theta = \frac{d/2}{\sqrt{R^2 + d^2/4}}.$$

Como as correntes são iguais e a distância dos dois fios ao ponto $P$ é a mesma, o campo $B_i$ devido ao fio que está na parte inferior é uma simples reflexão especular do campo $B_s$, apontando para baixo e para a direita, no mesmo ângulo $\theta$. Em $P$, a magnitude de ambos os campos é a mesma:

$$B_s \equiv B_i = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}.$$

Assim sendo, as componentes verticais de $B_s$ e $B_i$ cancelam-se enquanto que suas componentes horizontais (ambas dirigidas da esquerda para a direita) reforçam-se. Portanto, a magnitude do campo em $P$ é

$$\begin{aligned} B &= B_s\cos\theta + B_i\cos\theta \\ &= 2\ \frac{\mu_0 i}{2\pi\sqrt{R^2 + d^2/4}}\ \underbrace{\frac{d/2}{\sqrt{R^2 + d^2/4}}}_{\cos\theta} \\ &= \frac{\mu_0 i d}{2\pi(R^2 + d^2/4)} \\ &= \frac{2\mu_0 i d}{\pi(4R^2 + d^2)}. \end{aligned}$$

*(b)* Como já dissemos, o campo aponta horizontalmente, da esquerda para a direita.

---

### 31.2.3 Lei de Ampère – 40/52

---

**E 31-40.**

Cada um dos oito condutores mostrados na Fig. 31-50 transporta uma corrente de 2 A para dentro ou para fora da página. Dois caminhos são indicados para a integral de linha $\oint \mathbf{B}\cdot d\mathbf{s}$. Qual é o valor da integral para **(a)** o caminho pontilhado e **(b)** para o caminho tracejado?

▶ *(a)* Duas das correntes saem da página enquanto que uma entra, de modo que a corrente líquida englobada pela trajetória pontilhada é de 2 A. Como a trajetória é percorrida no sentido horário, as correntes que entram na página são tomadas positivas enquanto que as que saem são negativas, conforme a regra da mão direita associada com a lei de Ampère. Portanto

$$\begin{aligned} \oint \mathbf{B}\cdot d\mathbf{s} &= -\mu_0 i \\ &= -(2)(4\pi \times 10^{-7}) \\ &= -2.5 \times 10^{-6}\ \text{T·m}. \end{aligned}$$

*(b)* Como a corrente líquida é zero neste caso, o valor da integral também é zero.

---

**E 31-41.**

▶ Analogamente ao caso anterior, temos

$$\begin{aligned} \oint \mathbf{B}\cdot d\mathbf{s} &= \mu_0\Big(i_0 + 3i_0 + 7i_0 - 6i_0\Big) \\ &= +5\mu_0 i_0. \end{aligned}$$

---

**P 31-45.**

▶ Use a lei de Ampère: $\oint \mathbf{B}\cdot d\mathbf{s} = \mu_0 i$, onde a integral é ao redor de um laço fechado e $i$ é a corrente líquida que flui através do laço. Para o laço tracejado mostrado na Fig. 31-54 temos $i = 0$. A integral é zero ao longo dos trechos superior, à direita e inferior do laço. Ao longo do trecho à direita o campo é zero, enquanto que nos outros dois trechos o campo é perpendicular ao elemento $d\mathbf{s}$. Se o comprimento do trecho à esquerda for $\ell$, então uma integração simples fornece $\oint \mathbf{B}\cdot d\mathbf{s} = B\ell$, onde $B$ é a magnitude do campo no lado esquerdo do laço.
Uma vez que nem $B$ nem $\ell$ são nulos, temos uma contradição da lei de Ampère.
Concluimos portanto que a geometria das linhas de campo magnético está errada. Na realidade as linhas curvam-se para fora nas extremidades e sua densidade decresce gradualmente, não abruptamente como a figura faz crer.

### 31.2.4 Solenóides e Toróides – 53/73

**E 31-54.**

▶

$$\begin{aligned} B = \mu_0 n i_0 &= (4\pi\times 10^{-7})\Big(\frac{200}{0.25}\Big)(0.3) \\ &= 3\times 10^{-4}\ T. \end{aligned}$$

**P 31-55.**

▶ O campo num solenóide é $B = \mu_0 i(N/\ell)$, onde $N$ é o número de espiras e $\ell$ é o comprimento do solenóide. Como cada espira tem um comprimento $\pi d$, obtemos para o comprimento total $L$ do fio

$$\begin{aligned} L &= 2\pi\frac{d}{2}\frac{B\ell}{\mu_0 i} \\ &= \frac{\pi\times(2.6\times 10^{-2})(23\times 10^{-3})\times 1.3}{(4\pi\times 10^{-7})\times 18} \\ &= 107.97\ m \simeq 108\ m. \end{aligned}$$

**E 31-56.**

▶ Para um toróide temos $B = \mu_0 i_o N/(2\pi r)$. Portanto
**(a)** para $r = 0.15$ m temos $B = 5.33\times 10^{-4}\ T$;
**(b)** para $r = 0.20$ m temos $B = 4.0\times 10^{-4}\ T$.

**P 31-62.**

▶ *(a)* A força magnética deve estar direcionada para o centro da órbita. Para a partícula da órbita mostrada a força $\mathbf{v}\times\mathbf{B}$ está direcionada para fora do centro da órbita, de modo que a partícula deve ser negativa.

*(b)* Usando a Eq. 16 do Cap. 30, obtemos:

$$R = \frac{mv}{qB},$$

onde $q$ é o valor da carga. Agora, o campo margnético não realiza trabalho sobre a partícula, pelo Teorema da Conservação da Energia, a sua energia cinética deve permanecer constante; portanto, sua velocidade não deve variar. Nos pontos 1 e 2 da trajetória temos $RB = \frac{mv}{q} = constante$, então

$$R_1 B_1 = R_2 B_2.$$

Para um toróide, pela Eq. 31-22,

$$B = \Big(\frac{\mu_0 i_0 N}{2\pi}\Big)\frac{1}{r}$$

onde $r$ é a distância da partícula ao eixo do toróide. Assim,

$$\frac{R_1}{r_1} = \frac{R_2}{r_2}.$$

Portanto, $R_2 = 9.68$ cm.

**E 31-63.**

Qual é o momento de dipolo magnético $\mu$ do solenóide descrito no exercício 31-54?

▶

$$\begin{aligned} \mu &= NiA = Ni\pi r^2 \\ &= 200\times 0.3\times\pi(0.05)^2 \\ &= 0.47\ A\cdot m^2. \end{aligned}$$

**E 31-66.**

Um estudante constrói um eletroímã enrolando 300 voltas de fio em torno de um cilindro de madeira de diâmetro $d = 5$ cm. A bobina é ligada a uma bateria produzindo uma corrente de 4 A no fio. (a) Qual é o momento magnético deste dispositivo? (b) A que distância axial $z >> d$ o campo magnético deste dipolo será de 5 $\mu$T (aproximadamente um décimo do campo magnético da Terra)?

▶ **(a)**

$$\begin{aligned} \mu &= NiA = Ni\pi R^2 \\ &= 300\times 0.4\times\pi\times(0.025)^2 \\ &= 2.36\ \mathrm{A}\cdot\mathrm{m}^2. \end{aligned}$$

**(b)** Da Eq. 31-25 temos que

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{\mu}{z^3}.$$

Portanto,

$$\begin{aligned} z &= \Big(\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{\mu}{B}\Big)^{1/3} \\ &= \Big(\frac{4\pi\times 10^{-7}}{2\pi}\frac{2.36}{5\times 10^{-6}}\Big)^{1/3} \\ &= 46 \text{ cm}. \end{aligned}$$

---

**P 31-68.**

Um fio formando um circuito fechado, com raios $a$ e $b$, como mostra a Fig. 31-63, é percorrido por uma corrente $i$. (a) Quais são o módulo, a direção e o sentido de **B** no ponto $P$? (b) Determine o momento de dipolo magnético do circuito.

► (a) Os dois segmentos retilineos do fio não contribuem para o campo **B** no ponto $P$. Conforme o problema P-11, o semi-círculo maior contribui com um campo cujo módulo é $B_M = \mu_0 i/(4b)$, enquanto que o semi-círculo menor contribui um campo de módulo $B_m = \mu_0 i/(4a)$. Portanto, o módulo do campo resultante em $P$ é

$$B = B_m + B_M = \frac{\mu_0 i}{4}\Big(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\Big),$$

e o campo resultante aponta perpendicularmente para DENTRO da página do livro.
(b) Também apontando para DENTRO da página, temos

$$\mu = A_{\text{laço}}\, i = \tfrac{1}{2}\big(\pi a^2 + \pi b^2\big) i.$$

---

### 31.2.5 Problemas extras

Coletamos aqui alguns problemas da3$^a$ edição do livro que não aparecem mais na 4$^a$ edição mas que podem ainda ser úteis.

**P 31-74***

Um disco de plástico fino de raio $R$ tem uma carga $q$ uniformemente distribuida sobre sua superfície. O disco gira com uma freqüência angular $\omega$ em torno do seu eixo. Mostre que: *(a)* o campo magnético no centro do disco é

$$B = \frac{\mu_0 \omega q}{2\pi R},$$

*(b)* o momento de dipolo magnético do disco é

$$\mu = \frac{\omega q R^2}{4}.$$

(Sugestão: O disco girando é equivalente a um conjunto de espiras de corrente.)

► **(a)** Considere um pequeno anel de raio $r$ e espessura $dr$, contendo uma carga $dq$ dada por

$$dq = \frac{q}{\pi R^2}(2\pi r dr),$$

ou seja, a carga por unidade de área vezes a área do anel. Num tempo $T = 2\pi/\omega$ toda a carga do anel passa por um ponto fixo perto do anel, logo a corrente equivalente é:

$$di = \frac{dq}{T} = \frac{2\pi q r dr/(\pi R^2)}{2\pi/\omega} = \frac{q\omega r dr}{\pi R^2}.$$

Pela Eq. 24, com $z=0$ (repare na diferença de notação), esse anel gera no centro do disco um campo $d\mathbf{B}$ cuja magnitude é dada por

$$dB = \frac{\mu_0 di}{2r} = \frac{\mu_0}{2r}\Big(\frac{q\omega r dr}{\pi R^2}\Big).$$

Assim, o campo total é:

$$B = \int dB = \frac{\mu_0 q\omega}{2\pi R^2}\int_0^R dr = \frac{\mu_0 q \omega}{2\pi R}.$$

**(b)** O momento de dipolo será dado por

$$\begin{aligned} \mu = \int A\, di &= \int_0^R (\pi r^2)\,\frac{\omega q r dr}{\pi R^2} \\ &= \frac{\omega q}{R^2}\int_0^R r^3 dr \\ &= \frac{\omega q R^2}{4}. \end{aligned}$$