Exercícios Resolvidos de Teoria Eletromagnética

Jason Alfredo Carlson Gallas, professor titular de física teórica,

Doutor em Física pela Universidade Ludwig Maximilian de Munique, Alemanha

Instituto de Física, Universidade Federal do Rio Grande do Sul
91501-970 Porto Alegre, BRASIL

Matéria para a TERCEIRA prova. Numeração conforme a **quarta** edição do livro "Fundamentos de Física", Halliday, Resnick e Walker.

Esta e outras listas encontram-se em: *http://www.if.ufrgs.br/∼jgallas*

Conteúdo

32 A Lei da Indução, de Faraday 2

32.1 Questões 2

32.2 Problemas e Exercícios 2

32.2.1 Lei da Indução de Faraday – 1/21 2

32.2.2 Indução: Um Estudo Quantitativo – 22/39 5

32.2.3 Campo Elétrico Induzido – 40/47 8

32.2.4 O Betatron – 45/46 8

32.2.5 Problemas Adicionais – 48/51 . 8

Comentários/Sugestões e Erros: favor enviar para `jgallas @ if.ufrgs.br`
(`lista3.tex`)

32 A Lei da Indução, de Faraday

32.1 Questões

Q 32-14.

Um solenóide percorrido por uma corrente constante é aproximado de uma espira condutora, como é mostrado na figura ao lado. Qual é o sentido da corrente induzida na espira visto pelo observador que aparece na figura?

▶ Sentido horário. Mas voce deve saber como deduzir isto...

Q 32-17.

▶

32.2 Problemas e Exercícios

32.2.1 Lei da Indução de Faraday – 1/21

E 32-2

Uma corrente $i = i_0$ sen(ωt) percorre um solenóide extenso que possui n espiras por unidade de comprimento. Uma espira circular de área A está no interior do solenóide e seu eixo coincide com o eixo do solenóide. Ache a fem induzida na espira.

▶ Basta aplicar a definição de $\mathcal{E}$:

$$\begin{aligned}
\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d(B\,A)}{dt} &= -A\,\frac{dB}{dt} \\
&= -A\frac{d}{dt}\big(\mu_0 i n\big) \\
&= -A\mu_0 n\frac{d}{dt}(i_o\,\text{sen}\omega t) \\
&= -A\mu_0 n i_o \omega\cos\omega t \\
&= -\mathcal{E}_0\cos\omega t,
\end{aligned}$$

onde $\mathcal{E}_0 \equiv A\mu_0 n i_o \omega$.

P 32-4.

Um campo magnético uniforme, $\mathbf{B}$, é perpendicular ao plano de uma espira circular de raio r. O módulo do campo varia com o tempo de acordo com a relação $B = B_0\,e^{-t/\tau}$, onde B_0 e τ são constantes. Encontre a fem induzida na espira em função do tempo.

▶ Chamando de $A = \pi r^2$ a área da espira, temos

$$\begin{aligned}
\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} &= -A\,\frac{dB}{dt} \\
&= -\pi r^2\,\frac{d}{dt}\Big(B_0 e^{-t/\tau}\Big) \\
&= \frac{\pi r^2 B_0 e^{-t/\tau}}{\tau}.
\end{aligned}$$

P 32-5.

Na figura ao lado, o fluxo magnético que atravessa a espira indicada cresce com o tempo de acordo com a expressão

$$\Phi_B(t) = 6t^2 + 7t,$$

onde Φ_B é dado em miliwebers e t em segundos. *(a)* Calcule o módulo da fem induzida na espira quando $t = 2$ s; *(b)* Ache o sentido da corrente através de R.

▶ *(a)*

$$\begin{aligned}
|\mathcal{E}(t)| &= \frac{d\Phi_B}{dt} = 12t + 7 \\
\mathcal{E}(t=2) &= 12\cdot 2 + 7 = 31 \text{ Volts.}
\end{aligned}$$

(b) O sentido da corrente induzida na espira é o sentido horário, com a corrente passando em R da direita para a esquerda.

P 32-8.

Um campo magnético uniforme é ortogonal ao plano de uma espira circular de diâmetro igual a 10 cm, feita de fio de cobre (diâmetro = 2.5 mm). *(a)* Calcule a resistência do fio (Veja a Tabela 1 do Cap. 28). *(b)* A que taxa deve o campo magnético variar com o tempo para que uma corrente induzida de 10 A seja estabelecida na espira?

► *(a)* De acordo com a Eq. 28-15, temos

$$R = \rho_{\rm Cu}\,\frac{L}{A} = (1.69\times 10^{-8})\,\frac{(2\pi)\,(0.05)}{\pi(0.00125)^2} = 1.1\ \text{m}\Omega.$$

(b) Para 10 A temos $\mathcal{E} = Ri = (1.1\times10^{-3})(10) =$ 11 mV. Por outro lado, sabemos que

$$|\mathcal{E}| = \left|\frac{d}{dt}(A\,B)\right| = A\left|\frac{dB}{dt}\right|$$

donde tiramos que

$$\left|\frac{dB}{dt}\right| = \frac{|\mathcal{E}|}{A} = \frac{11\times10^{-3}}{\pi(0.1/2)^2} = 1.4\ \text{T/s}.$$

P 32-10.

Na figura ao lado uma bobina de 120 espiras, de raio 1.8 cm e resistência $5.3\ \Omega$ é colocada na parte externa de um solenóide semelhante ao indicado no Exemplo 1. Se a corrente no solenóide varia com o tempo do mesmo modo indicado no Exemplo 1: *(a)* qual é a corrente que surge na bobina enquanto a corrente do solenóide está variando? *(b)* Como os elétrons de condução da bobina "recebem a mensagem" do solenóide de que eles devem se mover para criar a corrente? Afinal de contas, o fluxo magnético está inteiramente confinado no interior do solenóide.

► *(a)* A magnitude do campo magnético dentro do solenóide é $B = \mu_0 n i_s$, onde n é o número de voltas por unidade de comprimento e i_s é a corrente no solenóide. O campo é paralelo ao eixo do solenóide, de modo que o fluxo através da seção transversal do solenóide é $\Phi_B = A_s B = \mu_0\pi r_s^2 n i_s$, onde $A_s (= \pi r_s^2)$ é a área da seção transversal do solenóide. Como o campo magnético é zero fora do solenóide, este também é o valor do fluxo através da bobina. A fem na bobina tem a magnitude

$$\mathcal{E} = N\,\frac{d\Phi}{dt} = \mu_0\pi r_s^2 N n\frac{di_s}{dt}$$

e a corrente na bobina é

$$i_b = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{\mu_0\pi r_s^2 N n}{R}\,\frac{di_s}{dt},$$

onde N é o número de voltas na bobina e R é a resistência da bobina.

De acordo com o Exemplo 1, a corrente varia linearmente de 3 A em 50 ms, de modo que $di_s/dt = (3\ \text{A})/(50\times10^{-3}\ \text{s}) = 60$A/s. Portanto, com $n = 220\times10^2$ espiras/m (veja Exemplo 1),

$$i_b = \frac{(4\pi\times10^{-7})\,\pi\,(0.018)^2(120)(220\times10^2)}{5.3\ \Omega}\,60 = 30.2\times10^{-2}\ \text{A}.$$

P 32-11.

Um solenóide longo com raio de 25 mm possui 100 espiras/cm. Uma espira circular de 5 cm de raio é colocada em torno do solenóide de modo que o seu eixo coincida com o eixo do solenóide. A corrente no solenóide reduz-se de 1 A para 0.5 A a uma taxa uniforme num intervalo de tempo de 10 ms. Qual é a fem que aparece na espira?

► Chamando de $A = \pi r^2$ a área de cada uma das espiras, relembrando que, conforme a Eq. 31-21, o campo dentro de um solenóide é $B = \mu_0 i n$, e que no solenóide o fluxo magnético através de cada espira é $\Phi_B = AB$, temos

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -A\frac{d}{dt}\Big(\mu_0 n i\Big) = -\mu_0 n\pi r^2\ \frac{di}{dt}.$$

Portanto, com $\mu_0 = 1.26\times10^{-6}$ T·A/m, obtemos

$$\mathcal{E} = -\mu_0\Big(\frac{100}{10^{-2}}\Big)(\pi)(25\times10^{-3})^2\,\frac{(0.5-1.0)}{10\times10^{-3}} = 1.237\times10^{-3}\ \text{V} = 1.2\ \text{mV}.$$

P 32-12.

Deduza uma expressão para o fluxo através de um toróide com N espiras transportando uma corrente i. Suponha que o enrolamento tenha uma seção reta retangular de raio interno a, raio externo b, altura h.

► Sabemos que o campo do toróide é

$$B_t = \frac{\mu_0 N i_0}{2\pi r}.$$

Portanto, observando que $d\mathbf{A}$ é paralelo ao campo $\mathbf{B}$ e que em módulo, $dA = h\,dr$, temos

$$\Phi_B = \int \mathbf{B}\cdot d\mathbf{A} = \frac{\mu_0 N i_0 h}{2\pi}\int_a^b \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 N i_0 h}{2\pi} ln\,\frac{b}{a}.$$

P 32-13.

Um toróide tem uma seção reta quadrada de lado igual a 5 cm, raio interno de 15 cm, 500 espiras e transporta uma corrente igual a 0.8 A. Calcule o fluxo magnético através da seção reta.

► Do problema anterior sabemos que

$$\Phi_B = \frac{\mu_0 N i_0 h}{2\pi}\, ln\, \frac{b}{a}.$$

Temos aqui que $h = 5$ cm, $a = 15$ cm, $b = a + h = 20$ cm, $i_0 = 0.8$ A e $N = 500$ espiras. Portanto, basta substituir os valores numéricos para se obter o resultado desejado:

$$\begin{aligned} \Phi_B &= \frac{(4\pi\times 10^{-7})(500)(0.8)(0.05)}{2\pi}\, ln(\frac{20}{15}) \\ &= 1.15\times 10^{-6}\text{ Wb.} \end{aligned}$$

P 32-14.

► Temos que $L = 0.5$ m, $r = 0.5$ mm $= 5\times 10^{-4}$ m e que $dB/dt = 10$ mT/s $= 10^{-2}$T/s.

$$R = \rho\,\frac{L}{A} = (1.69\times 10^{-8})\frac{0.5}{\pi(5\times 10^{-4})^2} = 0.011\ \Omega$$

O raio do fio não é difícil de ser determinado:

$$r_f = \frac{L}{2\pi} = \frac{0.5}{2\pi} \simeq 0.08\text{ m},$$

donde sai que

$$\Phi_B = BA = B(\pi r_f^2)$$

$$\frac{d\Phi_B}{dt} = \pi r_f^2\,\frac{dB}{dt} = \pi(0.08)^2\,(10^{-2}) = 2.01\times 10^{-4}\text{ V}$$

Portanto

$$\mathcal{E} = 2.01\times 10^{-4}\text{ V}$$

donde sai

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R} = 0.0183\text{ A.}$$

Com isto, a taxa de produção de energia térmica na espira é

$$P = i^2 R = 3.675\times 10^{-6}\text{ W.}$$

P 32-16.

A figura ao lado mostra duas espiras de fio em forma de anel, que têm o mesmo eixo. O anel menor está acima do maior, a uma distância x, que é grande em comparação com o raio R, do anel maior. Em conseqüência, com a passagem da corrente i pelo anel maior (veja a figura), o camo magnético correspondente é aproximadamente constante através da área plana πr^2, limitada pelo anel menor. Suponha agora que a distância x não seja fixa, mas que varie à razão constante $dx/dt = v$. **(a)** Determine o fluxo magnético através da área limitada pelo anel menor. **(b)** Calcule a fem gerada no anel menor. **(c)** Determine o sentido da corrente induzida no anel menor. (*Sugestão*: Veja a Eq. 25 do capítulo 31.)

► **(a)** Na região da espira menor o campo magnético produzido pela espira maior pode ser considerado como sendo uniforme e igual ao seu valor no centro da espira menor, sobre o eixo. A Eq. 31-24, com $z = x$ e $x \gg R$, fornece o módulo de B:

$$B = \frac{\mu_0 i R^2}{2x^3}.$$

O campo está dirigido *para cima* na figura. O fluxo mangnético através da espira menor é dado pelo produto do campo pela área da espira menor, ou seja,

$$\Phi_B = \frac{\pi\mu_0 i r^2 R^2}{2x^3}.$$

(c) A força eletromotriz é dada pela lei de Faraday:

$$\begin{aligned} \mathcal{E} &= -\frac{d\Phi_B}{dt} \\ &= -\frac{\pi\mu_0 i r^2 R^2}{2}\frac{d}{dt}\Big(\frac{1}{x^3}\Big) \\ &= -\frac{\pi\mu_0 i r^2 R^2}{2}\Big(-\frac{3}{x^4}\frac{dx}{dt}\Big) \\ &= \frac{3\pi\mu_0 i r^2 R^2 v}{2x^4}. \end{aligned}$$

(c) O campo da espira maior aponta para cima e *decresce* com a distância à espira. A medida que a espira menor afasta-se o fluxo através dela *decresce*. A corrente induzida deverá ser tal a produzir um campo dirigido também para cima, de modo a compensar o decrescimo do campo da espira maior (que induz a corrente). A corrente fluirá no sentido anti-horário quando a espira é vista de cima, na mesma direção da corrente na espira maior.

P 32-19.

► $B(t) = 0.042 - 0.87\,t$.

(a) Chamando A a área do quadrado temos

$$\begin{aligned} \Phi_B &= B(t)\,\frac{A}{2} \\ \Phi_B &= 2[0.042 - 0.87\,t] \\ \frac{d\Phi_B}{dt} &= -\,2\cdot 0.87 = -1.74\text{ V.} \end{aligned}$$

Portanto $|\mathcal{E}| = 1.74$ V, anti-horária; $\mathcal{E}_T = 20 + 1.74 = 21.74$ V.
(b) i_i é anti-horária.

32.2.2 Indução: Um Estudo Quantitativo – 22/39

E 32-22.

▶

E 32-23.

▶
(a) O fluxo varia porque a área limitada pela barra metálica e os trilhos aumenta quando a barra se move. Suponha que num certo instante a barra esteja a uma distância x da extremidade à direita dos trilhos e tenha velocidade v. Neste caso o fluxo através da área é

$$\Phi_B = B\,A = BLx,$$

onde L é a distância entre os trilhos.
De acordo com a lei de Faraday, a magnitude da fem induzida é

$$\begin{aligned}\mathcal{E} &= \frac{d\Phi_B}{dt} = BL\frac{dx}{dt} = BLv \\ &= (0.350 \text{ T})(0.250 \text{ m})(0.550 \text{ m/s}) \\ &= 4.81 \times 10^{-2} \text{ V}.\end{aligned}$$

(b) Use a lei de Ohm. Se a resistência da barra for R, então a corrente na barra é

$$\begin{aligned} i &= \frac{\mathcal{E}}{R} \\ &= \frac{4.81 \times 10^{-2} \text{ V}}{18\,\Omega} \\ &= 2.67 \times 10^{-3} \text{ A}.\end{aligned}$$

E 32-24.

▶ *(a)* Seja x a distância a partir da extremidade direita dos trilhos até a barra. A área demarcada pela barra e os trilhos é Lx e o fluxo através da área é $\Phi_B = BLx$. A fem induzida é

$$\mathcal{E} = \frac{d\Phi_B}{dt} = BL\frac{dx}{dt} = BLv,$$

onde v é a velocidade da barra. Portanto

$$\begin{aligned}\mathcal{E} &= (1.2 \text{ T})(0.10 \text{ m})(5.0 \text{ m/s}) \\ &= 0.60 \text{ V}.\end{aligned}$$

(b) Sendo R a resistência da barra, a corrente no laço é

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{0.60 \text{ V}}{0.40\,\Omega} = 1.5 \text{ A}.$$

Como a barra move-se para a esquerda no diagrama, o fluxo aumenta. A corrente induzida deve produzir um campo magnético que entra na página na região delimitada pela barra e trilhos. Para que assim seja, a corrente deve fluir no sentido horário.
(c) A taxa de geração de energia térmica pela resstência da barra é

$$P = \frac{\mathcal{E}^2}{R} = \frac{(0.60)^2}{0.40} = 0.90 \text{ W}.$$

(d) Como a barra move-se com velocidade constante, a força total sobre ela deve ser nula. Isto significa que a força do agente externo tem que ter a mesma magnitude que a força magnética mas na direção oposta.
A magnitude da força magnética é

$$F_B = iLB = (1.5)(0.10)(1.2) = 0.18 \text{ N}.$$

Como o campo aponta para fora da página e a corrente está dirigida para cima através da barra, a força magnética esta dirigida para a direita. A força do agente externo tem que ser, portanto, de 0.18 N para a esquerda.
(e) Quando a barra move-se uma distância infinitesimal dx o agente externo faz um trabalho $dW = F\,dx$, onde F é a força do agente. A força está na direção do movimento, de modo que o trabalho feito pelo agente é positivo. A taxa na qual o agente realiza trabalho é

$$\frac{dW}{dt} = F\frac{dx}{dt} = Fv = (0.18)(5.0) = 0.90 \text{ W},$$

que coincide com a taxa com que a energia térmica é gerada. A energia térmica fornecida pelo agente externo é convertida integralmente em enegia térmica.

P 32-27.

Dois trilhos retilineos formam um ângulo reto no ponto de junção de suas extremidades. Uma barra condutora em contato com os trilhos parte do vertice no instante $t = 0$ e se move com velocidade constante de $5,2$ m/s para a direita, como mostra a Fig. 32-42. Um campo magnetico de $0,35$ T aponta para fora da pagina. Calcular (a) o fluxo atraves do triângulo formado pelos trilhos e a barra no instante $t = 3$ segundos e (b) a fem induzida no triângulo neste instante. (c) De que modo a fem induzida no triângulo varia com o tempo?

► (a) Apos um tempo t o segmento vertical tera andado uma distância horizontal vt, o que fornece para a area $A(t)$ do triângulo em questão o valor $A(t) = (vt)(2vt)/2 = v^2t^2$. Portanto, o fluxo sera dado por

$$\begin{aligned}\Phi_B(3.0) &= B\ A(3.0)\\ &= (0.35)(5.20)^2(3.0)^2\\ &= 85.2\ \text{T m}^2.\end{aligned}$$

(b) Para obter a fem induzida:

$$\begin{aligned}\mathcal{E} &= -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d(B\ A(t))}{dt}\\ &= -B\ \frac{dA(t)}{dt} = -B\ \frac{d(v^2t^2)}{dt}\\ &= -2Bv^2t\\ &= -2(0.35)(5.2)^2(3.0) = -56.8\ \text{V}.\end{aligned}$$

(c) Como se pode bem ver da expressão acima $\mathcal{E} = -2Bv^2t$, a fem varia *linearmente* em função do tempo.

P 32-28.

► *(a)* A freqüência da fem induzida coincide com a freqüência com que a semicircunferência é girada: f.
(b) A amplitude a fem induzida é dada por

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt},$$

de modo que precisamos determinar como o fluxo varia com o tempo a medida que a semicircunferência é girada. Da definição de fluxo temos

$$\begin{aligned}\Phi_B &= \int \mathbf{B}\cdot d\mathbf{A}\\ &= BA\cos(2\pi ft)\\ &= B\frac{\pi a^2}{2}\cos(2\pi ft),\end{aligned}$$

onde A é a área da semicircunferência. Portanto

$$\begin{aligned}\mathcal{E} &= -\frac{d\Phi_B}{dt}\\ &= -B\frac{\pi a^2}{2}\frac{d\cos(2\pi ft)}{dt}\\ &= B\frac{\pi a^2}{2}2\pi f\ \text{sen}\ (2\pi ft)\\ &= B\pi^2a^2f\ \text{sen}\ (2\pi ft),\end{aligned}$$

donde reconhecemos facilmente que a amplitude da fem é

$$\mathcal{E}_m \equiv B\pi^2a^2f.$$

Como o circuito contém uma resistência R, vemos que a amplitude da corrente alternada que circulará na espira é

$$i_m = \frac{\mathcal{E}_m}{R} = \frac{B\pi^2a^2f}{R},$$

sendo que para um instante de tempo t qualquer, a corrente no circuito será

$$i = i_m\ \text{sen}(2\pi ft).$$

P 32-29.

► *(a)* A área da bobina é $A = ab$. Suponha que num dado instante de tempo a normal à bobina faça um ângulo θ com o campo magnético. A magnitude do fluxo através da bobina será então

$$\Phi_B = NabB\cos\theta$$

e a fem induzida na bobina é

$$\begin{aligned}\mathcal{E} &= -\frac{d\Phi_B}{dt}\\ &= -\frac{d[NabB\cos\theta]}{dt}\\ &= [NabB\ \text{sen}\theta]\frac{d\theta}{dt}.\end{aligned}$$

Em termos da freqüência f de rotação e do tempo t, θ é dado por $\theta = 2\pi ft$. Portanto, temos que $d\theta/dt = 2\pi f$. Com isto, a fem é dada por

$$\mathcal{E} = 2\pi fNabB\ \text{sen}(2\pi ft),$$

expressão que pode ser escrita como $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0\ \text{sen}(2\pi ft)$, onde $\mathcal{E}_0 \equiv 2\pi fNabB$.
(b) A bobina desejada deve satisfazer

$$\mathcal{E}_0 \equiv 2\pi fNabB = 150\ \text{V}.$$

Isto significa que

$$\begin{aligned}Nab &= \frac{\mathcal{E}_0}{2\pi fB}\\ &= \frac{150}{2\pi(60\ \text{rev/s})(0.50\ \text{T})}\\ &= \frac{5}{2\pi}\\ &\simeq 0.796\ \text{m}^2.\end{aligned}$$

Qualquer bobina para a qual tenhamos $Nab = 0.796$ m^2 satisfará o pedido. Um exemplo simples é usar-se $N = 100$ voltas e $a = b = 8.92$ cm.

P 32-34.

▶

P 32-36.

▶ Use a lei de Faraday para encontrar uma expressão para a fem induzida pelo campo magnético variável. Primeiro, encontre uma expressão para o fluxo através da espira. Como o campo depende de y mas não de x, divida a área em tiras de comprimento L e largura dy, paralelas ao eixo x. É claro que L é o próprio comprimento de um dos lados do quadrado.
Num instante t o fluxo através duma tira com coordenada y é $d\Phi_B = BLdy = 4Lt^2 y\, dy$ de modo que o fluxo total através do quadrado é

$$\Phi_B = \int_0^L 4Lt^2 y dy = 2L^3 t^2.$$

De acordo com alei de Faraday, a magnitude a fem induzida no quadrado é

$$\mathcal{E} = \frac{d\Phi_B}{dt} = \frac{d}{dt}\left(2L^3t^2\right) = 4L^3 t.$$

Para $t = 2.5$ s encontramos

$$\mathcal{E} = 4(0.020)^3(2.5) = 8 \times 10^{-5} \text{ V}.$$

O campo externo aponta para fora da página e cresce com o tempo. A corrente induzida na espira quadrada deve produzir um campo que entra na página, de modo que tal corrente deve fluir no sentido horário. A fem é também induzida no sentido horário.

P 32-38*.

▶ *(a)* Como a variação do fluxo magnético através da área delimitada pela barra e os trilhos induz uma corrente, o campo magnético exerce uma força sobre a barra. A força magnética é horizontal e aponta para a esquerda na projeção da figura 32-49. Ela tende a parar a barra, enquanto que a força gravitacional sobre a barra a acelerá-la para baixo. Como a força magnética é zero quando a barra esta parada e aumenta com a velocidade da barra, a velocidade terminal é atingida quando a força resultante atuando na barra for zero.
Primeiro, supomos que a barra tenha uma velocidade v e calculamos a força magnética sobre ela. Seja x a distância entre a barra deslizante e a porção horizontal do trilho, na parte inferior do plano inclinado. A área delimitada pela barra e os trilhos é $A = \ell x$, já que a normal à área faz um ângulo θ com o campo magnético, sendo que o fluxo magnético através da espira é

$$\Phi_B = B\ell x \cos\theta.$$

De acordo com a lei de Faraday, a fem induzida na espira é $\mathcal{E} = B\ell v \cos\theta$. Sendo R a resistência da barra, a corrente induzida será

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{B\ell v}{R}\cos\theta,$$

e a magnitude da força magnética será

$$F_B = i\ell B = \frac{B^2\ell^2 v}{R}\cos\theta.$$

Tal força é perpendicular tanto ao campo magnético quanto à corrente. Ela é horizontal, para a esquerda.
As componentes das forças ao longo do plano inclinado (i.e. ao longo da direção x) são

$$mg \text{ sen}\theta - F_B\cos\theta = ma,$$

onde a é a aceleração da barra. Ter-se uma velocidade terminal constante significa ter-se $a = 0$, ou seja, ter-se

$$F_B\cos\theta = mg \text{ sen}\theta,$$

que, ao substituirmos F_B, nos fornece

$$v = \frac{mgR \text{ sen}\theta}{B^2\ell^2\cos^2\theta}.$$

(b) A energia térmica é gerada na barra com uma taxa $P_T = i^2 R$, ou seja, como $i = (B\ell v/R)\cos\theta$,

$$P_T = \frac{B^2\ell^2 v^2}{R}\cos\theta = \frac{m^2g^2R \text{ sen}^2\theta}{B^2\ell^2\cos^2\theta}.$$

Suponha que a barra esteja a uma altura h acima da base do plano inclinado. Sua energia potencial é então $U = mgh = mgx \text{ sen}\theta$. A perda de energia potencial ocorre a uma taxa

$$P_g = \frac{dU}{dt} = mg\frac{dx}{dt}\text{ sen}\theta = mgv \text{ sen}\theta.$$

Substituindo-se nesta expressão a velocidade terminal v encontramos

$$P_g = \frac{m^2g^2R \text{ sen}^2\theta}{B^2\ell^2\cos^2\theta},$$

que é a mesma expressão com que a energia térmica é gerada. Note que a expressão da velocidade terminal

precisa ser usada. Até atingir-se a velocidade terminal existe transformação de energia potencial em energia cinética, a medida que a barra ganha velocidade.
(c) Se o campo magnético apontar para baixo a direção da corrente será invertida mas a força magnética permanecerá na mesma direção, fazendo com que o movimento da barra permaneça inalterado.

P 32-39*.

▶

32.2.3 Campo Elétrico Induzido – 40/47

E 32-40.

▶ *(a)* O ponto onde se deseja o campo está dentro do solenóide, de modo que se pode aplicar a Eq. (32-24). A magnitude do campo elétrico induzido é

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2}\frac{dB}{dt}\,r \\ &= \frac{1}{2}(6.5\times 10^{-3})(0.0220) \\ &= 7.15\times 10^{-5}\ \text{V/m}. \end{aligned}$$

(b) Neste caso o ponto está fora do solenóide, de modo que podemos aplicar a Eq. (32-25). A magnitude do campo elétrico induzido é

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2}\frac{dB}{dt}\frac{R^2}{r} \\ &= \frac{1}{2}(6.5\times 10^{-3})\frac{(0.0600)^2}{0.0820} \\ &= 1.43\times 10^{-4}\ \text{V/m}. \end{aligned}$$

P 32-44.

▶ Use a lei de Faraday na forma

$$\oint \mathbf{E}\cdot d\mathbf{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt}.$$

Integre em torno da trajetória pontilhada mostrada na Fig. (32-53).
Em todos pontos dos lados superior e inferior da trajetória o campo elétrico ou é perpendicular ou é zero. Suponha que ele se anule em todos pontos do lado direito (fora do capacitor). No lado esquerdo o campo é paralelo à trajetória e tem magnitude constante. Portanto uma integração direta fornece

$$\oint \mathbf{E}\cdot d\mathbf{s} = EL,$$

onde L é o comprimento do lado esquerdo do retângulo. O campo magnético é zero e permanece zero, de modo que $d\Phi_B/dt = 0$.
Se isto tudo estivesse certo, a lei de Faraday nos levaria a uma contradição pois deveríamos ter $EL = 0$ sem que nem E nem L fossem zero. Portanto, deve existir um campo elétrico ao longo do lado direito da trajetória de integração.

32.2.4 O Betatron – 45/46

P 32-46.

▶

32.2.5 Problemas Adicionais – 48/51