Raízes de Funções Reais

- Da necessidade de métodos numéricos
  - Funções sem solução analítica

- Entre outros, há dois métodos principais e complementares:
  - Método da Bissecção (MB)
  - Método Newton-Raphson (MNR)

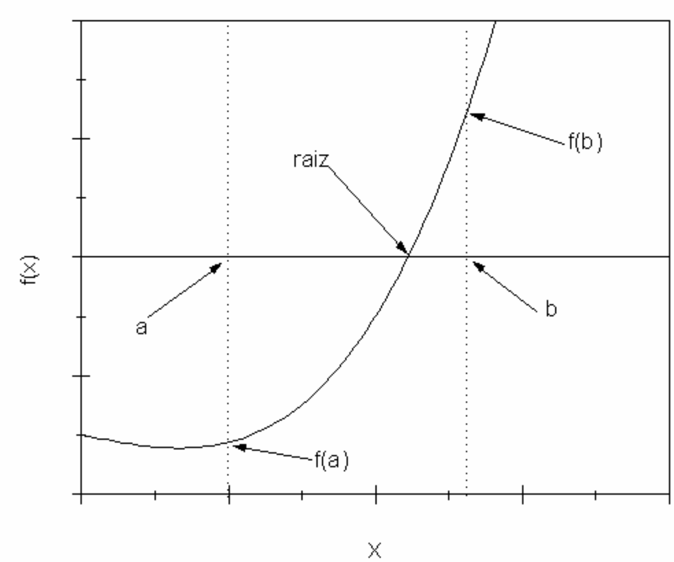
- Método da Bissecção
  - Pró:
    - Dado um intervalo onde se sabe existir uma raiz, ela é achada.
  - Contras:
    - É preciso conhecer o intervalo onde se encontra a raiz.
    - Se houver um número par de raízes, há confusão.
    - Não funciona para funções para as quais a raiz é um extremo.

- Método Newton-Raphson
  - Pró:
    - Não é necessário conhecer o intervalo onde se encontra a raiz.
  - Contra:
    - Dependendo da estimativa inicial para a raiz, pode levar a um mínimo da função que não é uma raiz.
    - Necessita do cálculo da derivada da função.

Método da Bissecção

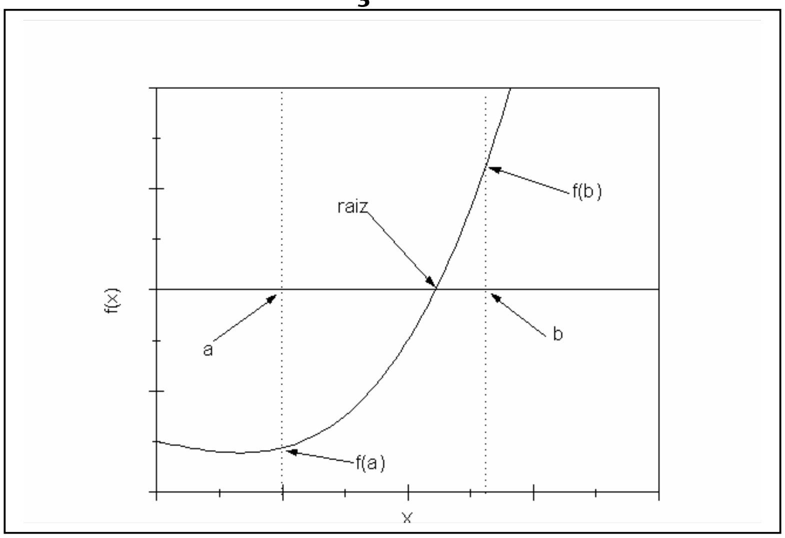
- O Método da Bissecção é um método iterativo para se obter zeros de funções reais.
  - Trabalha com o estreitamento de um intervalo inicial onde existe uma raiz.

- Início:
  - f(x)
  - intervalo inicial [a,b] (b >a !)
  - f(a) . f(b) < 0

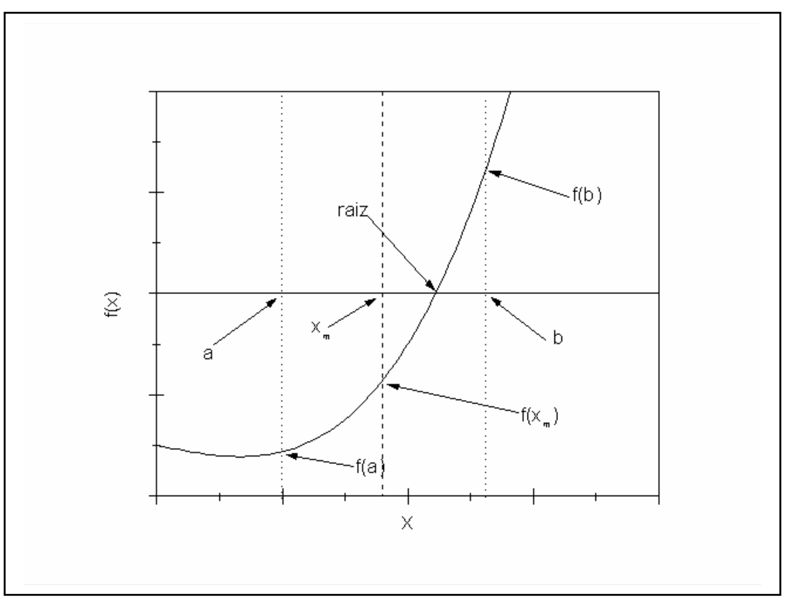


- Iterações (estreitamento do intervalo inicial):
  - $x_{médio} = (a + b) / 2$
  - Se $f(a) . f(x_{médio}) < 0$, b passa a valer $x_{médio}$; caso contrário, a passa a valer $x_{médio}$.
- Critério de parada:
  - $b - a < \varepsilon$
  - ε é um número positivo e muito pequeno

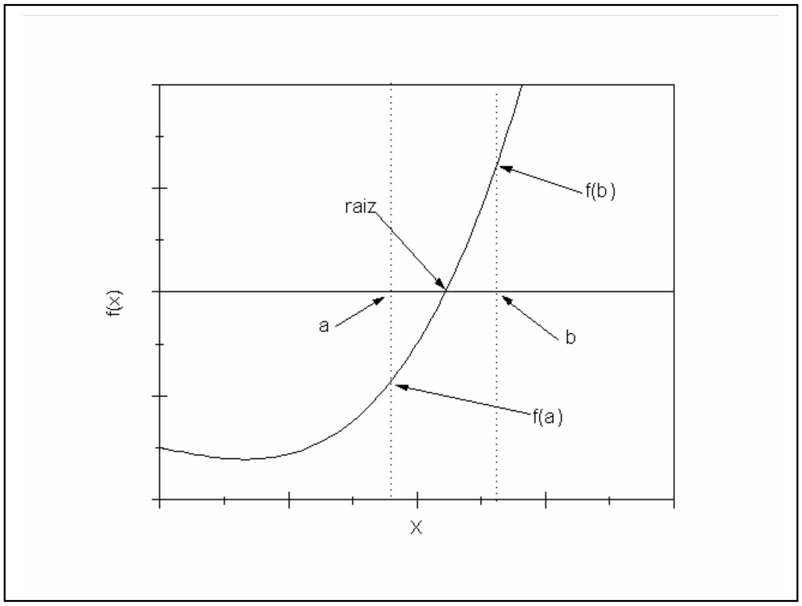
Início da Primeira Iteração:



Primeira Iteração:

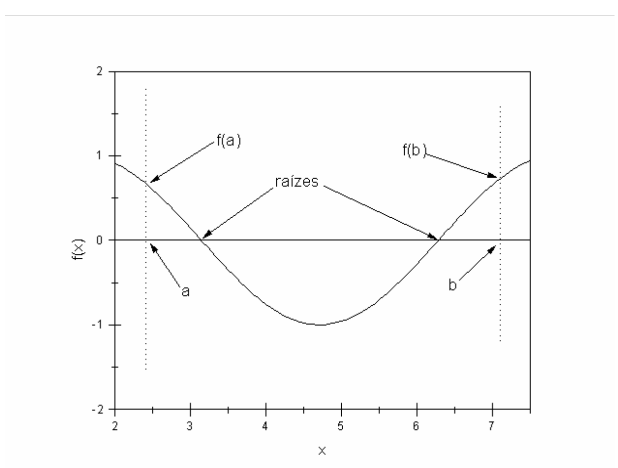


Início da Segunda Iteração:

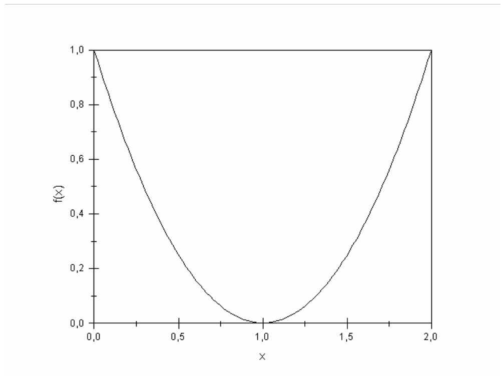


❖ Falhas do MB:

➢ Número par de raízes:



➢Raiz é um extremo da função:



❖ Exercício que não apresentará problema no emprego do MB:

➢ $f(x) = 2x - \sqrt{2}$, [0,1], $\varepsilon = 10^{-2}$.

❖ Exercício que apresentará problema no emprego do MB: o primeiro $x_{médio}$ já é a raiz!

➢ $f(x) = 2x - 2$, [0,2], $\varepsilon = 10^{-2}$.

❖ Exercício que apresentará problema no emprego do MB: qualquer intervalo inicial tomado que contenha a raiz falhará no teste inicial!

➢ $f(x) = x^2 - 2x + 1$

❖ Exercício: fazer a mão:

➢ $f(x) = x^3 - 9x + 3$, [0,1], ε = 10^{-2}.

1. f(a) . f(b) = f(0) . f(1) = 3 . (-5) < 0 : tem raiz!
2. Iterações:

iter.	a	b	(b-a)	x_m	f(a)	f(x_m)	f(a).f(x_m)	muda
1	0.0000	1.0000	1.0000	0.5000	3.0000	-1.3750	<0	b
2	0.0000	0.5000	0.5000	0.2500	3.0000	0.7656	>0	a
3	0.2500	0.5000	0.2500	0.3750	0.7656	-0.3223	<0	b
4	0.2500	0.3750	0.1250	0.3125	0.7656	0.2180	>0	a
5	0.3125	0.3750	0.0625	0.3438	0.2180	-0.0531	<0	b
6	0.3125	0.3438	0.0313	0.3282	0.2180	0.0820	>0	a
7	0.3282	0.3438	0.0156	0.3360	0.0820	0.0139	>0	a
8	0.3360	0.3438	0.0078					

3. valor aproximado da raiz: (0.3360 + 0.3438) / 2 = 0.3399
4. f(raiz aproximada) = -0.0198