Tópico: Equações Diferenciais Ordinárias - Problemas de Valores Iniciais

[C] Equações diferenciais regem todos os fenômenos físicos, alem de poderem representar a dinâmica de sistemas econômicos, ecológicos, etc...

[C] Uma equação diferencial é uma equação que envolve derivadas de funções de uma ou mais variáveis independentes.

[E] Vejamos alguns exemplos:

(1) $x = x(t)$, $v = \frac{dx}{dt} = x'$, $a = \frac{d^2x}{dt^2} = x''$.

A segunda Lei de Newton é:

$$F = ma = mx'' \Rightarrow x'' - \frac{F}{m} = 0$$

onde podemos ter $F = F(x,t)$, sendo t a variável independente e x a variável dependente.

(2) $U = U(x,t)$.

A equação de onda para a função U é:

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} - v^2 \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = 0 \qquad \text{(1D)}$$

sendo que v é a velocidade da onda, x e t são as variáveis independentes e U é a variável dependente.

[C] Se uma equação diferencial tem apenas uma variável independente, como o ex. (1) acima, então ela é uma "equação diferencial ordinária" (EDO).

[C] Se a equação diferencial envolve mais de uma variável independente, como o ex. (2) acima, então ela é uma "equação diferencial parcial".

[C] Uma "solução" de uma EDO é uma função da variável independente que satisfaça a equação.

[E] Exemplo de soluções:

(i) $\frac{dy}{dx} = y \Rightarrow y = ae^x, a \in \Re$.

(ii) $U''' = 0 \Rightarrow U$ é qualquer polinômio de 2º grau.

[C] Uma equação diferencial possui uma família de soluções e não apenas uma solução.

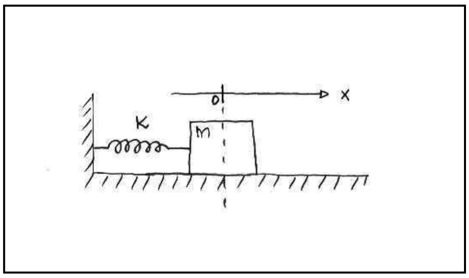
[C] A "ordem" de uma equação diferencial é a mais alta ordem de derivação que aparece na equação.

[C] Em geral, uma equação de ordem n requer m condições adicionais a fim de ter uma única solução (dentro da família de soluções possíveis).

[C] Se, em problemas envolvendo EDOs de ordem m, $m \geq 2$, as m condições fornecidas para busca de uma solução única são todas dadas num mesmo ponto (ou seja, para um mesmo valor da variável independente), então temos um "problema de valor inicial" (PVI).

[E] Um exemplo de PVI é o de um objeto de massa M preso a uma parede por uma mola de constante K em que as m=2 condições para x (a variável dependente) são dadas para o mesmo valor de t (a variável independente). Este exemplo é descrito pelo seguinte problema de valor inicial:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{K}{M}x = 0$$
$$x(t=0) = A$$
$$\frac{dx}{dt}(t=0) = v(t=0) = 0$$



Sendo que A é um número dado (portanto é um valor que se conhece), x é a posição do objeto e t o tempo.

[E] O exemplo de PVI para uma EDO de primeira ordem que veremos no tutorial, para o cálculo da função y(x), é:

$$\frac{d}{dx}y + x^2 y = x^2 \cos(x)^2 - 2\cos(x)\sin(x)$$

y(x=0)=1

[E] O exemplo de PVI para uma EDO de segunda ordem que veremos no tutorial, para o cálculo da função y(x), é:

$$\frac{d^2}{dx^2}y - 4\left(\frac{d}{dx}y\right) + 4y = \frac{e^{2x}}{x^2}$$

y(x=1) = 0

$y'(x=1) = -e^2$

Agradecimento: ao Filipe Lima, que digitou a primeira versão deste texto.