

Física II – Exercícios - Cap. 12 Halliday (6ª Edição)  
 Rolamento, Torque, Quantidade de Movimento Angular  
 Lista 2: Perg1, Perg.9, 1E, 6P, 8P, 11P, 12P, 17E, 19E, 21P,  
 23E, 27P, 28P, 32P, 35E, 38P, 45P, 46P,55P, 56P

250 Rolamento, Torque e Quantidade de Movimento Angular

**Quantidade de Movimento Angular de um Corpo Rígido** Para um corpo rígido girando em torno de um eixo fixo, a componente da sua quantidade de movimento angular paralela ao eixo de rotação é

$$L = I\omega \quad (\text{corpo rígido, eixo fixo}). \quad (12.31)$$

**Conservação da Quantidade de Movimento Angular** A quantidade de movimento angular  $\vec{L}$  de um sistema permanece constante se o torque externo resultante que atua sobre o sistema for nulo:

$$\vec{L} = \text{constante} \quad (\text{sistema isolado}) \quad (12.32)$$

ou 
$$\vec{L}_i = \vec{L}_f \quad (\text{sistema isolado}). \quad (12.33)$$

Esta é a **lei de conservação da quantidade de movimento angular**. Ela é uma das leis fundamentais de conservação da natureza, tendo sido verificada mesmo em situações (envolvendo partículas a altas velocidades ou de dimensões subatômicas), às quais as leis de Newton não se aplicam.

**PERGUNTAS**

1. Na Fig. 12.22, um bloco desliza para baixo de uma rampa sem atrito e uma esfera rola sem deslizar para baixo de outra rampa de mesmo ângulo  $\theta$ . O bloco e a esfera possuem a mesma massa, partem do repouso no ponto A e descem passando pelo ponto B. (a) Nessa descida, o trabalho realizado pela força gravitacional sobre o bloco é maior, menor ou igual ao trabalho realizado pela força gravitacional sobre a esfera? Em B, que objeto possui mais (b) energia cinética de translação e (c) velocidade para baixo da rampa?

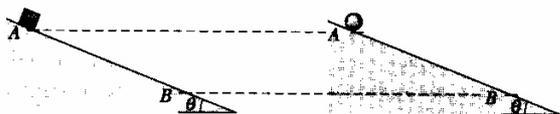


Fig. 12.22 Pergunta 1.

2. Uma bala de canhão rola para baixo de um plano inclinado sem que haja deslizamento. Repetindo-se a experiência com um plano menos inclinado, mas com a mesma altura do primeiro plano inclinado, (a) o tempo para a bola chegar ao ponto mais baixo e (b) sua energia cinética de translação no ponto mais baixo são maiores, menores ou iguais aos da primeira experiência?

3. Na Fig. 12.23, uma mulher rola um tambor cilíndrico empurrando uma tábua em contato com a sua parte de cima. O tambor rola suavemente por uma distância  $L/2$ , igual à metade do comprimento da tábua. O tambor rola suavemente sem deslizar nem pular, e a tábua não desliza sobre o tambor. (a) Que parcela do comprimento da tábua rolou sobre a parte de cima do tambor? Qual a distância que a mulher caminhou?



Fig. 12.23 Pergunta 3.

4. O vetor posição  $\vec{r}$  de uma partícula em relação a um dado ponto possui uma intensidade de 3 m, e a força  $\vec{F}$  que age sobre a partícula possui uma intensidade de 4 N. Qual o ângulo entre as direções de  $\vec{r}$  e  $\vec{F}$  se a intensidade do torque associado for igual a (a) zero e (b)  $12 \text{ N} \cdot \text{m}$ ?

5. A Fig. 12.24 mostra uma partícula que se move com velocidade constante  $v$  e cinco pontos com as suas coordenadas  $xy$ . Ordene os pontos de acordo com a intensidade da quantidade de movimento angular da partícula medida em torno deles, do maior para o menor.

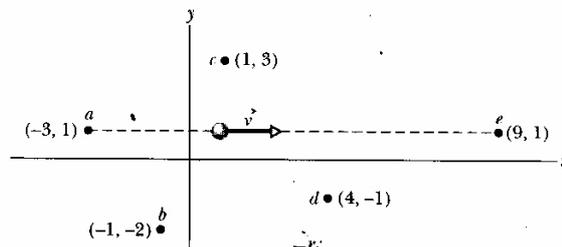


Fig. 12.24 Pergunta 5.

6. (a) No Ponto de Verificação 4, qual é o torque sobre as partículas 1 e 2 em torno do ponto O devido às forças centrípetas que fazem com que essas partículas se movam em círculos com velocidade constante?<sup>36</sup> (b) Quando as partículas 3, 4 e 5 se movem da esquerda para a direita do ponto O, suas quantidades de movimento angular individuais aumentam, diminuem ou continuam as mesmas?

7. A Fig. 12.25 mostra três partículas de mesma massa e mesma velocidade escalar constante se movendo como indicado pelos vetores velocidades. Os pontos a, b, c e d formam um quadrado, com o ponto e no centro. Ordene os pontos de acordo com a intensidade da quantidade de movimento resultante do sistema de três partículas quando medida em torno dos pontos, do maior para o menor.

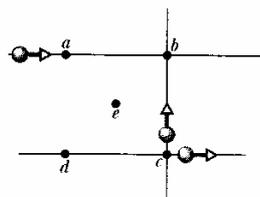


Fig. 12.25 Pergunta 7.

8. Uma boleadeira, formada por três bolas pesadas ligadas a um ponto comum por comprimentos idênticos de corda resistente, é preparada para ser lançada segurando-se uma das bolas acima da cabeça e girando o pulso, fazendo com que as outras duas bolas girem em um círculo horizontal em torno da mão. A boleadeira depois é solta e a sua configuração rapidamente muda daquela mostrada na vista superior da Fig. 12.26a

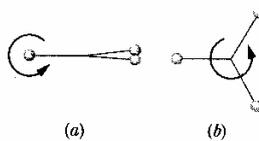


Fig. 12.26 Pergunta 8.

<sup>36</sup>Como vimos, o vetor velocidade é sempre tangente à trajetória, não podendo se manter constante neste caso; portanto, a velocidade constante é a velocidade escalar. (N.T.)

para a da Fig. 12.26b. Assim, a rotação se dá inicialmente ao redor do eixo 1 que passa pela bola que estava na mão. Depois, se dá ao redor do eixo 2 que passa pelo centro de massa das três bolas. A (a) quantidade de movimento angular e (b) a velocidade angular<sup>37</sup> ao redor do eixo 2 são maiores, menores ou iguais àsquelas ao redor do eixo 1?

9. Um besouro-rinoceronte está montado na borda de um disco horizontal que gira no sentido anti-horário como um carrossel. Se ele passar a caminhar ao longo da borda no sentido da rotação, as intensidades das seguintes grandezas aumentarão, diminuirão ou permanecerão as mesmas: (a) a quantidade de movimento angular do sistema besouro-disco, (b) a quantidade de movimento angular e a velocidade angular do besouro, e (c) a quantidade de movimento angular e a velocidade angular do disco? (d) Quais seriam as respostas se o besouro caminhasse no sentido contrário ao da rotação?

10. A Fig. 12.27 mostra uma vista superior de uma placa espessa retangular que pode girar como um carrossel em torno do seu centro em  $O$ . Também são mostradas sete trajetórias ao longo das quais podem ser atiradas massas de goma de mascar (todas com a mesma velocidade escalar e mesma massa) para grudarem na placa estacionária. (a) Ordene as trajetórias de acordo com a velocidade angular<sup>38</sup> que a placa (e a goma de mascar) terá depois que a goma grudar, da maior para a menor. (b) Para que trajetórias a quantidade de movimento angular da placa (e goma) em torno de  $O$  será negativa na vista da Fig. 12.27?

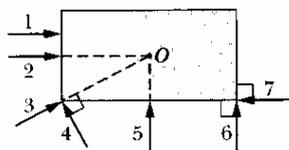


Fig. 12.27 Pergunta 10.

11. Na Fig. 12.28, três forças de mesma intensidade são aplicadas a uma partícula na origem ( $F_1$  age perpendicularmente ao plano da figura entrando no papel<sup>39</sup>). Ordene as forças segundo as intensidades dos torques que elas criam em torno (a) do ponto  $P_1$ , (b) do ponto  $P_2$  e (c) do ponto  $P_3$ , do maior para o menor.

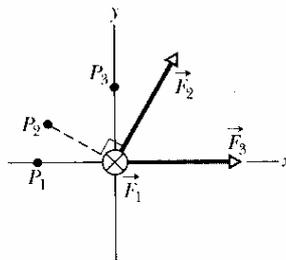


Fig. 12.28 Pergunta 11.

12. A Fig. 12.29 mostra duas partículas  $A$  e  $B$  nas coordenadas  $xyz$  ( $1\text{ m}, 1\text{ m}, 0$ ) e ( $1\text{ m}, 0, 1\text{ m}$ ). Sobre cada partícula atuam três forças numeradas, todas de mesma intensidade e cada uma paralela a um dos eixos. (a) Quais forças produzem um torque em torno da origem numa direção paralela a  $y$ ? (b) Ordene as forças de acordo com as intensidades dos torques que elas produzem sobre as partículas em torno da origem, das maiores para as menores.

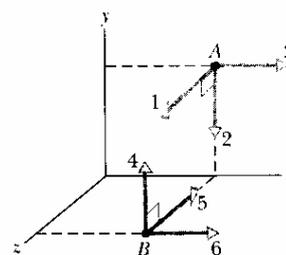


Fig. 12.29 Pergunta 12.

13. A Fig. 11.24 do Cap. 11 mostra uma montagem de três pequenas esferas de mesma massa que estão presas a uma haste sem massa com os espaçamentos indicados. A montagem deve girar a  $3,0\text{ rad/s}$  em torno de um eixo que passa por uma das esferas e é perpendicular ao plano da página. Existem, obviamente, três escolhas possíveis do eixo. Ordene essas escolhas de acordo com (a) a intensidade da quantidade de movimento angular que a montagem terá em torno do eixo de rotação escolhido e (b) a energia cinética de rotação que a montagem terá, da maior para a menor.

## EXERCÍCIOS E PROBLEMAS

### SEÇÃO 12.1 Rolamento

1E. Um automóvel a  $80,0\text{ km/h}$  tem pneus de  $75,0\text{ cm}$  de diâmetro. (a) Qual a velocidade angular<sup>40</sup> dos pneus em torno dos eixos das rodas? (b) Se o carro for levado ao repouso uniformemente em  $30,0$  voltas completas dos pneus (sem derrapar), qual a intensidade da aceleração angular das rodas? (c) Que distância o carro ainda percorre durante a frenagem?

2P. Considere um pneu de  $66\text{ cm}$  de diâmetro em um carro a  $80\text{ km/h}$  numa estrada horizontal no sentido positivo de um eixo  $x$ . Em relação a uma mulher no carro, quais são (a) a velocidade linear  $\vec{v}$  e (b) a intensidade  $a$  da aceleração linear do centro da roda? Quais são (c)  $\vec{v}$  e (d)  $a$  para o ponto mais alto do pneu? Quais são (e)  $\vec{v}$  e (f)  $a$  para o ponto mais baixo do pneu?

Repita agora as perguntas em relação a um caroneiro sentado perto da estrada: quais são (g)  $\vec{v}$  no centro da roda, (h)  $a$  no centro da roda, (i)  $\vec{v}$  no ponto mais alto do pneu, (j)  $a$  no ponto mais alto do pneu, (k)  $\vec{v}$  no ponto mais baixo e (l)  $a$  no ponto mais baixo do pneu?

<sup>37</sup>Escalar. (N.T.)

<sup>38</sup>Escalar. (N.T.)

<sup>39</sup>O "×" representa a cauda do vetor "entrando no papel". Em outras palavras, este vetor é perpendicular ao plano  $xy$ , no sentido negativo do eixo  $z$ . (N.T.)

<sup>40</sup>Escalar. (N.T.)

### SEÇÃO 12.2 A Energia Cinética de Rolamento

3E. Um aro de  $140\text{ kg}$  rola em um piso horizontal de tal forma que o seu centro de massa possui uma velocidade<sup>41</sup> de  $0,150\text{ m/s}$ . Qual o trabalho que deve ser realizado sobre o aro para pará-lo?

4E. Um tubo de parede fina rola em um piso. Qual a razão entre a sua energia cinética de translação e a sua energia cinética de rotação em torno de um eixo paralelo ao seu comprimento e passando pelo seu centro de massa?

5E. Um carro de  $1000\text{ kg}$  possui quatro rodas de  $10\text{ kg}$ . Quando o carro está se movendo, que parcela da energia cinética total do carro se deve à rotação das rodas em torno dos seus eixos? Suponha que as rodas tenham a mesma inércia à rotação que discos uniformes de mesma massa e mesmo tamanho. Por que não é necessário o raio das rodas?

6P. Um corpo de raio  $R$  e massa  $m$  está rolando suavemente com velocidade  $v$  em cima de uma superfície horizontal. Depois ele rola para cima de uma colina até uma altura máxima  $h$ . (a) Se  $h = 3v^2/4g$ , qual a inércia à rotação do corpo em torno do eixo de rotação que passa pelo seu centro de massa? (b) Qual poderia ser o corpo?

<sup>41</sup>Escalar. (N.T.)

**SEÇÃO 12.3 As Forças do Rolamento**

**7E.** Uma esfera sólida uniforme rola para baixo de um plano inclinado. Qual deve ser o ângulo de inclinação para que a aceleração linear do centro da esfera tenha uma intensidade de  $0,10g$ ? (b) Se um bloco sem atrito tivesse que deslizar para baixo do plano inclinado nesse ângulo, a intensidade da sua aceleração seria maior, menor ou igual a  $0,10g$ ? Por quê?

**8P.** Uma força horizontal constante de intensidade igual a  $10\text{ N}$  é aplicada a uma roda de massa igual a  $10\text{ kg}$  e raio de  $0,30\text{ m}$ , como mostrada na Fig. 12.30. A roda rola suavemente sobre a superfície horizontal e a aceleração do seu centro de massa possui intensidade igual a  $0,60\text{ m/s}^2$ . (a) Quais são a intensidade, a direção e o sentido da força de atrito que atuam sobre a roda? (b) Qual a inércia à rotação da roda em torno do eixo de rotação que passa pelo centro de massa?

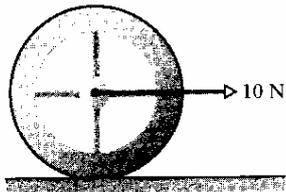


Fig. 12.30 Problema 8.

**9P.** Uma bola sólida parte do repouso na extremidade superior da pista mostrada na Fig. 12.31 e rola sem deslizamento até rolar para fora da extremidade direita. Se  $H = 6,0\text{ m}$  e  $h = 2,0\text{ m}$  e a pista for horizontal na extremidade direita, a que distância horizontal do ponto A a bola aterrissa sobre o piso?

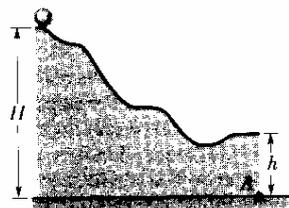


Fig. 12.31 Problema 9.

**10P.** Uma pequena esfera, com raio  $r$  e massa  $m$ , rola sem deslizamento no interior de uma grande semi-esfera estacionária com raio  $R$  e um eixo de simetria vertical. Ela parte do repouso de um dos pontos mais altos. (a) Qual a sua energia cinética no ponto mais baixo? (b) Que parcela da sua energia cinética no ponto mais baixo está associada à rotação em torno de um eixo que passa pelo seu centro de massa? (c) Supondo que  $r \ll R$ , determine a intensidade da força normal que a bola exerce sobre a semi-esfera quando a bola atinge o ponto mais baixo.

**11P.** Um cilindro sólido de  $10\text{ cm}$  de raio e massa de  $12\text{ kg}$  parte do repouso e rola sem deslizar uma distância de  $6,0\text{ m}$  para baixo do telhado de uma casa que tem uma inclinação de  $30^\circ$ . (Ver Fig. 12.32.) (a) Qual é a intensidade da velocidade angular do cilindro em torno do seu centro ao deixar o telhado da casa? (b) A beirada do telhado está a  $5,0\text{ m}$  de altura. A que distância horizontal da beirada do telhado o cilindro atinge o nível do chão?

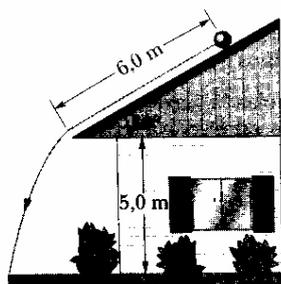


Fig. 12.32 Problema 11.

**12P.** Uma pequena bola de gude sólida de massa  $m$  e raio  $r$  rolará sem deslizar ao longo da pista com um loop no fim, mostrada na Fig. 12.33, se ela for solta do repouso em algum ponto sobre a seção reta da pista. (a) De que altura inicial  $h$  acima do ponto mais baixo da pista deve ser solta a bola de gude para que ela esteja na iminência de se separar da pista no ponto mais alto do loop? (O raio do loop é  $R$ ; suponha que  $R \gg r$ .) (b) Se a bola de gude for solta da altura  $6R$  acima do ponto mais baixo da pista, qual será a componente horizontal da força que age sobre ela no ponto  $Q$ ?

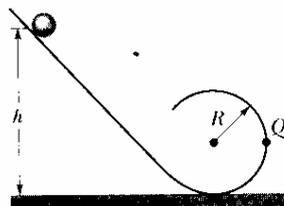


Fig. 12.33 Problema 12.

**13P.** Uma esfera oca de raio  $0,15\text{ m}$ , com inércia à rotação  $I = 0,040\text{ kg} \cdot \text{m}^2$  em torno de uma linha que passa pelo seu centro de massa, rola sem deslizar para cima de uma superfície inclinada de  $30^\circ$  com a horizontal. Em uma dada posição inicial, a energia cinética total da esfera é igual a  $20\text{ J}$ . (a) Quanto desta energia cinética inicial é de rotação? (b) Qual a intensidade da velocidade do centro de massa da esfera na posição inicial? (c) Qual a energia cinética total da esfera e (d) a velocidade escalar do seu centro de massa depois de ele ter se deslocado  $1,0\text{ m}$  para cima ao longo do plano inclinado a partir da sua posição inicial?

**14P.** Uma pessoa jogando boliche lança uma bola de boliche de raio  $R = 11\text{ cm}$  ao longo de uma pista. A bola desliza na pista, com velocidade inicial  $v_{cm,0} = 8,5\text{ m/s}$  e velocidade angular<sup>42</sup> inicial  $\omega_0 = 0$ . O coeficiente de atrito cinético entre a bola e a pista é  $0,21$ . A força de atrito cinético  $\vec{f}_k$  agindo sobre a bola (Fig. 12.34) provoca uma aceleração linear da bola ao mesmo tempo que produz um torque que provoca uma aceleração angular da bola. Quando a velocidade  $v_{cm}$  diminuiu o bastante e a velocidade angular  $\omega$  cresceu o bastante, a bola pára de deslizar e passa a rolar suavemente. (a) Neste instante, quanto vale  $v_{cm}$  em termos de  $\omega$ ? Durante o deslizamento, quais são (b) a aceleração linear e (c) a aceleração angular da bola? (d) Por quanto tempo a bola desliza? (e) Qual a distância que a bola desliza? (f) Qual a velocidade<sup>43</sup> da bola no instante em que começa o rolamento suave?



Fig. 12.34 Problema 14.

**SEÇÃO 12.4 O Ioiô**

**15E.** Um ioiô tem uma inércia à rotação de  $950\text{ g} \cdot \text{cm}^2$  e uma massa de  $120\text{ g}$ . O raio do seu eixo é igual a  $3,2\text{ mm}$ , e seu cordão possui  $120\text{ cm}$  de comprimento. O ioiô rola a partir do repouso para baixo até o fim do cordão. (a) Qual a intensidade da sua aceleração linear? (b) Quanto tempo leva para atingir o fim do cordão? (c) Ao atingir o fim do cordão, qual a sua (c) velocidade linear,<sup>44</sup> (d) energia cinética de translação, (e) energia cinética de rotação e (f) velocidade<sup>45</sup> angular?

**16P.** Suponha que o ioiô do Exercício 15, em vez de rolar partindo do repouso, seja jogado de modo que a sua velocidade<sup>46</sup> inicial descendo

<sup>42</sup>Escalar. (N.T.)  
<sup>43</sup>Escalar. (N.T.)  
<sup>44</sup>Escalar. (N.T.)  
<sup>45</sup>Escalar. (N.T.)  
<sup>46</sup>Escalar. (N.T.)

no cordão seja de 1,3 m/s. (a) Quanto tempo o ioiô gasta para alcançar o fim do cordão? Ao alcançar o fim do cordão, qual a sua (b) energia cinética total, (c) velocidade<sup>47</sup> linear, (d) energia cinética de translação, (e) velocidade<sup>48</sup> angular e (f) energia cinética de rotação?

**SEÇÃO 12.5 Torque Revisitado**

**17E.** Mostre que, se  $\vec{r}$  e  $\vec{F}$  pertencem a um dado plano, o torque  $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$  não possui nenhuma componente nesse plano.

**18E.** Qual a intensidade, a direção e o sentido do torque em torno da origem sobre uma ameixa localizada nas coordenadas (-2,0 m, 0, 4,0 m) devido à força  $\vec{F}$  cuja única componente é (a)  $F_x = 6,0$  N, (b)  $F_x = -6,0$  N, (c)  $F_z = 6,0$  N e (d)  $F_z = -6,0$  N?

**19E.** Qual a intensidade, a direção e o sentido do torque em torno da origem sobre uma partícula localizada nas coordenadas (0, -4,0 m, 3,0 m) devido à força (a)  $\vec{F}_1$  com componentes  $F_{1x} = 2,0$  N e  $F_{1y} = F_{1z} = 0$  e (b)  $\vec{F}_2$  com componentes  $F_{2x} = 0$ ,  $F_{2y} = 2,0$  N e  $F_{2z} = 4,0$  N?

**20P.** A força  $\vec{F} = (2,0 \text{ N})\hat{i} - (3,0 \text{ N})\hat{k}$  atua sobre um seixo com vetor posição  $\vec{r} = (0,5 \text{ m})\hat{j} - (2,0 \text{ m})\hat{k}$ , em relação à origem. Qual o torque resultante que age sobre o seixo em torno (a) da origem e (b) de um ponto com coordenadas (2,0 m, 0, -3,0 m)?

**21P.** A força  $\vec{F} = (-8,0 \text{ N})\hat{i} + (6,0 \text{ N})\hat{j}$  atua sobre uma partícula com vetor posição  $\vec{r} = (3,0 \text{ m})\hat{i} - (4,0 \text{ m})\hat{j}$ . Qual (a) o torque sobre a partícula em torno da origem e (b) o ângulo entre as direções de  $\vec{r}$  e  $\vec{F}$ ?

**22P.** Qual o torque em torno da origem sobre um pote de pimentas localizado nas coordenadas (3,0 m, -2,0 m, 4,0 m) devido (a) à força  $\vec{F}_1 = (3,0 \text{ N})\hat{i} - (4,0 \text{ N})\hat{j} + (5,0 \text{ N})\hat{k}$ , (b) à força  $\vec{F}_2 = (3,0 \text{ N})\hat{i} - (4,0 \text{ N})\hat{j} - (5,0 \text{ N})\hat{k}$  e (c) à soma vetorial de  $\vec{F}_1$  com  $\vec{F}_2$ ? (d) Repita o item (c) em torno de um ponto de coordenadas (3,0 m, 2,0 m, 4,0 m) em vez da origem.

**SEÇÃO 12.6 Quantidade de Movimento Angular**

**23E.** Dois objetos estão se movendo como mostrado na Fig. 12.35. Qual a quantidade de movimento angular total dos dois objetos em torno do ponto O?

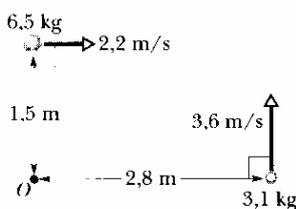


Fig. 12.35 Exercício 23.

**24E.** Na Fig. 12.36, uma partícula P com massa igual a 2,0 kg possui um vetor posição  $\vec{r}$  de módulo igual a 3,0 m e uma velocidade  $\vec{v}$  de intensidade 4,0 m/s. Uma força  $\vec{F}$  de intensidade igual a 2,0 N atua sobre a partícula. Todos os três vetores pertencem ao plano xy, conforme mostrado na Fig. 12.36. Qual (a) a quantidade de movimento angular da partícula e (b) o torque atuando sobre a partícula, ambos em torno da origem?

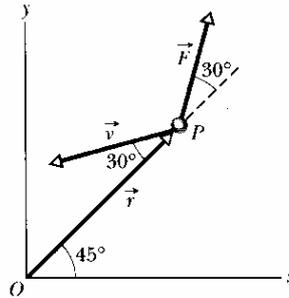


Fig. 12.36 Exercício 24.

**25E.** Em um certo instante de tempo, um objeto de 0,25 kg tem um vetor posição  $\vec{r} = 2,0\hat{i} - 2,0\hat{k}$ , em metros. Nesse instante, a sua velocidade em metros por segundo é  $\vec{v} = -5,0\hat{i} + 5,0\hat{k}$  e a força em newtons agindo sobre ele é  $\vec{F} = 4,0\hat{j}$ . (a) Qual a quantidade de movimento angular do objeto em torno da origem? (b) Qual o torque que atua sobre ele?

**26P.** Um objeto de 2,0 kg, que pode ser tratado como uma partícula, se desloca em um plano com componentes de velocidade  $v_x = 30$  m/s e  $v_y = 60$  m/s ao passar pelo ponto com coordenadas (x, y) de (3,0; -4,0) m. Exatamente neste instante, qual a sua quantidade de movimento angular em relação (a) à origem, (b) ao ponto (-2,0; -2,0) m?

**27P.** Duas partículas, cada uma com massa m e velocidade v se deslocam em direções contrárias ao longo de retas paralelas separadas por uma distância d. (a) Encontre uma expressão para a intensidade L da quantidade de movimento angular do sistema de duas partículas ao redor de um ponto equidistante das duas retas em termos de m, v e d. (b) A expressão se altera se o ponto em torno do qual L é calculado não estiver equidistante das duas retas? (c) Inverta agora o sentido de percurso de uma das partículas e repita os itens (a) e (b).

**28P.** Uma partícula de 4,0 kg se desloca em um plano xy. No instante em que a posição e a velocidade da partícula são  $\vec{r} = (2,0\hat{i} + 4,0\hat{j})$  m e  $\vec{v} = -4,0\hat{j}$  m/s, a força sobre a partícula é  $\vec{F} = -3,0\hat{i}$  N. Determine, neste instante, (a) a quantidade de movimento angular da partícula em torno da origem, (b) a quantidade de movimento angular da partícula em torno do ponto x = 0, y = 4,0 m, (c) o torque atuando sobre a partícula em torno da origem e (d) o torque atuando sobre a partícula em torno do ponto x = 0, y = 4,0 m.

**SEÇÃO 12.7 Segunda Lei de Newton na Forma Angular**

**29E.** Uma partícula de 3,0 kg com velocidade  $\vec{v} = (5,0 \text{ m/s})\hat{i} - (6,0 \text{ m/s})\hat{j}$  está em x = 3,0 m, y = 8,0 m. Ela é puxada por uma força de 7,0 N no sentido negativo do eixo x. (a) Qual a quantidade de movimento angular da partícula em torno da origem? (b) Qual o torque em torno da origem que age sobre a partícula? (c) Qual a taxa com que a quantidade de movimento angular da partícula está variando com o tempo?

**30E.** Uma partícula sofre a ação de dois torques em torno da origem:  $\vec{\tau}_1$  tem uma intensidade de 2,0 N · m e está dirigida no sentido positivo do eixo x, e  $\vec{\tau}_2$  tem uma intensidade de 4,0 N · m e está dirigida no sentido negativo do eixo y. Qual a intensidade, direção e sentido de  $d\ell/dt$ , onde  $\ell$  é a quantidade de movimento angular da partícula em torno da origem?

**31E.** Que torque em torno da origem atua sobre uma partícula se movendo no plano xy, no sentido horário em torno da origem, se a partícula tiver as seguintes intensidades da quantidade de movimento angular em torno da origem:

- (a) 4,0 kg · m<sup>2</sup>/s,
- (b) 4,0t<sup>2</sup> kg · m<sup>2</sup>/s,
- (c) 4,0√t kg · m<sup>2</sup>/s,
- (d) 4,0/t<sup>2</sup> kg · m<sup>2</sup>/s?

<sup>47</sup>Escalar. (N.T.)  
<sup>48</sup>Escalar. (N.T.)

**32P** No tempo  $t = 0$ , uma partícula de 2,0 kg tem o vetor posição  $\vec{r} = (4,0 \text{ m})\hat{i} - (2,0 \text{ m})\hat{j}$  em relação à origem. A sua velocidade neste mesmo instante é dada por  $\vec{v} = (-6,0 \text{ m/s})\hat{i}$ . Qual (a) a quantidade de movimento angular da partícula e (b) o torque atuando sobre a partícula, ambos em torno da origem e para  $t > 0$ ? (c) Repita os itens (a) e (b) em torno de um ponto com coordenadas  $(-2,0 \text{ m}, -3,0 \text{ m}, 0)$  em vez da origem.

**SEÇÃO 12.9 A Quantidade de Movimento Angular de um Corpo Rígido Girando em Torno de um Eixo Fixo**

**33E.** A quantidade de movimento angular de um volante que possui uma inércia à rotação de  $0,140 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$  em torno do seu eixo central é reduzida de 3,00 para  $0,800 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$  em 1,50 s. (a) Qual a intensidade do torque médio atuando sobre o volante em torno do seu eixo central durante este período? (b) Supondo que a aceleração angular seja constante, qual o deslocamento angular do volante? (c) Qual o trabalho realizado sobre o volante? (d) Qual a potência média do volante?

**34E.** Um disco de polimento com lixa, com inércia à rotação de  $1,2 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ , é fixado a uma furadeira elétrica, cujo motor fornece um torque de  $16 \text{ N} \cdot \text{m}$ . Encontre (a) a quantidade de movimento angular do disco em torno do seu eixo central e (b) o módulo da velocidade angular do disco 33 ms depois de o motor ser ligado.

**35E.** Três partículas, cada uma de massa  $m$ , estão presas umas às outras e a um eixo de rotação em  $O$  por três cordas de massa desprezível, cada uma com comprimento  $d$  como mostrado na Fig. 12.37. O conjunto gira ao redor do eixo de rotação com velocidade angular  $\omega$  de tal forma que as partículas permanecem em uma linha reta. Qual (a) a inércia à rotação do conjunto, (b) a quantidade de movimento angular da partícula intermediária e (c) a quantidade de movimento angular total das três partículas? Expresse a resposta dos itens (a), (b) e (c) em termos de  $m$ ,  $d$  e  $\omega$  e em relação ao ponto  $O$ .

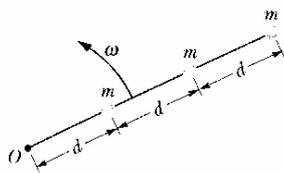


Fig. 12.37 Exercício 35.

**36P.** Uma força impulsiva  $F(t)$  atua por um curto intervalo de tempo  $\Delta t$  sobre um corpo rígido em rotação com inércia à rotação  $I$ . Mostre que

$$\int \tau dt = F_{\text{méd}} R \Delta t = I(\omega_f - \omega_i),$$

onde  $\tau$  é o torque devido à força,  $R$  é o braço de alavanca da força,  $F_{\text{méd}}$  é o valor médio da força durante o tempo em que ela age sobre o corpo e  $\omega_i$  e  $\omega_f$  são as velocidades angulares<sup>49</sup> do corpo imediatamente antes e imediatamente após a ação da força. (A grandeza  $\int \tau dt = F_{\text{méd}} R \Delta t$  é chamada de *impulsão* ou *impulso angular*, por analogia a  $F_{\text{méd}} \Delta t$ , a impulsão linear.)

**37P\*.** Dois cilindros com raios  $R_1$  e  $R_2$  e inércias à rotação  $I_1$  e  $I_2$  em torno dos seus eixos centrais são apoiados por eixos mecânicos perpendiculares ao plano da Fig. 12.38. O cilindro maior está girando inicialmente no sentido horário com velocidade angular<sup>50</sup>  $\omega_0$ . O cilindro menor é deslocado para a direita até que ele toque o cilindro maior, sendo forçado a girar pela força de atrito entre os dois. Depois de algum tempo, deixa de haver deslizamento e os dois cilindros giram com taxas constantes em sentidos contrários. Determine a velocidade angular<sup>51</sup> final



Fig. 12.38 Problema 37.

$\omega_2$  do cilindro menor em termos de  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $R_1$ ,  $R_2$  e  $\omega_0$ . (Dica: Nem a quantidade de movimento angular nem a energia cinética se conservam. Aplique a equação da impulsão angular do Problema 36.)

**38P.** A Fig. 12.39 mostra uma estrutura rígida formada por um aro circular de raio  $R$  e massa  $m$ , e um quadrado feito de quatro barras finas, cada uma de comprimento  $R$  e massa  $m$ . A estrutura rígida gira com velocidade angular constante em torno de um eixo vertical, com um período de rotação de 2,5 s. Supondo que  $R = 0,50 \text{ m}$  e  $m = 2,0 \text{ kg}$ , calcule (a) a inércia à rotação da estrutura em torno do eixo de rotação e (b) a sua quantidade de movimento angular em torno desse eixo.

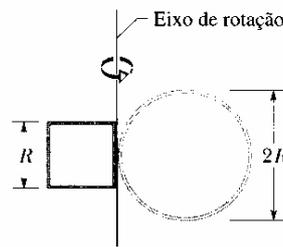


Fig. 12.39 Problema 38.

**SEÇÃO 12.10 Conservação da Quantidade de Movimento Angular**

**39E.** Um homem está em pé sobre uma plataforma que gira (sem atrito) com uma velocidade angular<sup>52</sup> de 1,2 volta/s; seus braços estão abertos e ele segura um tijolo em cada mão. A inércia à rotação do sistema formado pelo homem, tijolos e a plataforma em torno do eixo central é igual a  $6,0 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ . Se ao mover os tijolos o homem reduz a inércia à rotação do sistema para  $2,0 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ , (a) qual a intensidade da velocidade angular resultante da plataforma e (b) qual a razão entre a nova energia cinética do sistema e a energia cinética original? (c) O que forneceu a energia cinética adicional?

**40E.** O rotor de um motor elétrico possui inércia à rotação  $I_m = 2,0 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$  em torno do seu eixo central. O motor é usado para alterar a orientação da sonda espacial na qual está montado. O eixo do motor é fixado paralelamente ao eixo da sonda, que possui inércia à rotação  $I_s = 12 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$  em torno do seu eixo. Calcule o número de voltas do rotor necessárias para fazer a sonda girar  $30^\circ$  em torno do seu eixo.

**41E.** Uma roda está girando livremente à velocidade angular de 800 rpm sobre um eixo, cuja inércia à rotação é desprezível. Uma segunda roda, inicialmente em repouso e com o dobro da inércia à rotação da primeira, é acoplada subitamente ao mesmo eixo. (a) Qual a velocidade angular da combinação resultante do eixo com as duas rodas? (b) Que parcela da energia cinética de rotação original se perde?

**42E.** Dois discos são montados sobre rolamentos de baixo atrito em cima do mesmo eixo mecânico e podem ser aproximados a fim de serem acoplados e girarem como uma unidade. (a) O primeiro disco, com inércia à rotação de  $3,3 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$  em torno do seu eixo central, é posto para girar a 450 rpm. O segundo disco, com inércia à rotação de  $6,6 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$  em torno do seu eixo central, é posto para girar a 900 rpm no mesmo sentido que o primeiro. Eles são então acoplados. Qual a velocidade angular dos discos após o acoplamento? (b) Se, em vez disso, o segundo disco é posto para girar a 900 rpm no sentido contrário à rotação do primeiro

<sup>49</sup>Estas velocidades são vetoriais; para rotações em torno de um eixo fixo, a direção já está definida e o sinal da velocidade angular fornece o sentido. (N.T.)

<sup>50</sup>Grandeza vetorial com o sentido positivo arbitrado como horário. (N.T.)

<sup>51</sup>Positiva se horária, negativa se anti-horária (isto é, vetorial com a direção implícita). (N.T.)

<sup>52</sup>Escalar. (N.T.)

<sup>53</sup>Escalar. (N.T.)

disco, qual o módulo da velocidade angular dos discos e o sentido de rotação após o acoplamento?

**43E.** Em um *playground* existe um pequeno carrossel de 1,20 m de raio e 180 kg de massa. Seu raio de giração (veja o Problema 43 do Cap. 11) é igual a 91,0 cm. Uma criança de massa igual a 44,0 kg corre a uma velocidade de 3,00 m/s, segundo uma trajetória que é tangente à borda do carrossel inicialmente em repouso, e depois pula no carrossel. Despreze o atrito entre os mancais e o eixo mecânico do carrossel. Calcule (a) a inércia à rotação do carrossel em torno do seu eixo de rotação, (b) a intensidade da quantidade de movimento angular da criança correndo em torno do eixo de rotação do carrossel e (c) a velocidade angular<sup>54</sup> do carrossel e da criança depois de a criança ter pulado para cima dele.

**44E.** A inércia à rotação de uma estrela girante colapsando muda para  $\frac{1}{3}$  do seu valor inicial. Qual a razão entre a nova energia cinética de rotação e a energia cinética de rotação inicial?

**45P.** Uma pista de trenzinhos é montada em cima de uma roda grande que pode girar livremente com atrito desprezível em torno de um eixo vertical (Fig. 12.40). Um trem de brinquedo de massa  $m$  é colocado na pista e, com o sistema inicialmente em repouso, liga-se a corrente elétrica. O trem alcança uma velocidade constante  $v$  em relação à pista. Qual a intensidade da velocidade angular da roda se a sua massa for  $M$  e o seu raio for  $R$ ? (Trate a roda como um aro, e despreze a massa dos raios e do cubo da roda.)

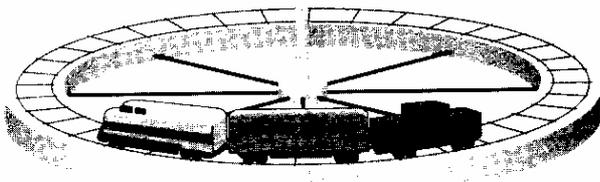


Fig. 12.40 Problema 45.

**46P.** Na Fig. 12.41, duas patinadoras, cada uma com massa igual a 50 kg, se aproximam uma da outra segundo trajetórias paralelas separadas por 3,0 m. Uma patinadora leva uma extremidade de uma baliza longa com massa desprezível, e a outra se agarra à outra extremidade quando a primeira patinadora passa. Suponha que o atrito com o gelo seja desprezível. (a) Descreva qualitativamente o movimento das patinadoras depois de elas terem ficado ligadas pela baliza. (b) Qual a energia cinética do sistema das duas patinadoras?

Em seguida, cada uma das patinadoras puxa ao longo da baliza de forma a reduzir a separação entre elas para 1,0 m. Qual o valor, neste instante, (c) da intensidade da velocidade angular delas e (d) da energia cinética do sistema? (e) Explique a fonte do aumento da energia cinética.



Fig. 12.41 Problema 46.

**47P.** Uma barata de massa  $m$  corre no sentido anti-horário ao redor de um prato circular montado sobre um eixo vertical de raio  $R$  e inércia à rotação  $I$  apoiada em mancais sem atrito. A velocidade da barata (em relação ao chão) é  $v$ , enquanto o prato dá voltas no sentido horário com ve-

locidade angular<sup>55</sup>  $\omega_0$ . A barata encontra uma migalha de pão na borda e, obviamente, pára. (a) Qual a velocidade<sup>56</sup> angular do prato depois que a barata pára? (b) A energia mecânica se conserva quando eles param?

**48P.** Uma menina de massa  $M$  está em pé na beirada de um carrossel sem atrito de raio  $R$  e inércia à rotação  $I$  que não está se movendo. Ela joga uma pedra de massa  $m$  na horizontal em uma direção que é tangente à borda externa do carrossel. A velocidade<sup>57</sup> da pedra, em relação ao chão, é  $v$ . Posteriormente, qual (a) o módulo da velocidade angular do carrossel e (b) o módulo da velocidade linear da menina?

**49P.** Um disco de vinil horizontal de massa igual a 0,10 kg e 0,10 m de raio gira livremente em torno de um eixo vertical que passa pelo seu centro com uma velocidade<sup>58</sup> angular de 4,7 rad/s. A inércia à rotação do disco em torno do seu eixo de rotação é igual a  $5,0 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ . Um pedaço de massa de vidro de massa igual a 0,020 kg é solto e cai na vertical em cima do disco ficando grudado à borda do disco. Qual o módulo da velocidade angular do disco imediatamente após a massa grudar nele?

**50P.** Uma haste uniforme de 0,5 m de comprimento e massa igual a 4,0 kg pode girar em um plano horizontal em torno de um eixo vertical passando pelo seu centro. A haste está em repouso quando uma bala de 3,0 g se deslocando no plano horizontal da haste é disparada para dentro de uma extremidade da haste. Quando vista de cima, a direção do vetor velocidade da bala faz um ângulo de  $60^\circ$  com a haste (Fig. 12.42). Se a bala ficar alojada na haste e a velocidade angular da haste for de 10 rad/s imediatamente após a colisão, qual será o módulo da velocidade da bala imediatamente antes do impacto?

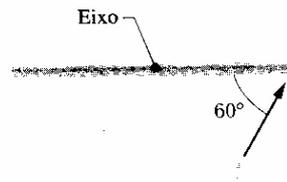


Fig. 12.42 Problema 50.

**51P\*.** Duas bolas de 2,00 kg estão presas às extremidades de uma haste fina de massa desprezível, com 50,0 cm de comprimento. A haste está livre para girar em um plano vertical sem atrito em torno de um eixo horizontal que passa pelo seu centro. Com a haste inicialmente horizontal (Fig. 12.43), um pedaço de 50,0 g de massa de vidro úmida cai sobre uma das bolas, batendo nela com uma velocidade de 3,00 m/s e ficando grudada na bola. (a) Qual o módulo da velocidade angular do sistema imediatamente após a batida do pedaço de massa de vidro? (b) Qual a razão entre a energia cinética de todo o sistema após a colisão e a energia cinética do pedaço de massa de vidro imediatamente antes? (c) Qual será o deslocamento angular do sistema até parar momentaneamente?

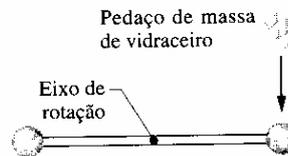


Fig. 12.43 Problema 51.

**52P.** Uma barata de massa  $m$  está na borda de um disco uniforme de massa  $10,0m$  que pode girar livremente em torno do seu centro como um carrossel. Inicialmente a barata e o disco giram juntos com uma velocidade<sup>59</sup> angular  $\omega_0$ . Depois, a barata caminha até a metade da dis-

<sup>54</sup>Escalar. (N.T.)

<sup>55</sup>Escalar. (N.T.)

<sup>56</sup>Escalar. (N.T.)

<sup>57</sup>Escalar. (N.T.)

<sup>58</sup>Escalar. (N.T.)

<sup>59</sup>Vetorial. (N.T.)

tância ao centro do disco. (a) Qual é a variação  $\Delta\omega$  do vetor velocidade angular do sistema barata-disco? (b) Qual a razão  $K/K_0$  entre a nova energia cinética do sistema e a sua energia cinética inicial? (c) O que é responsável pela variação da energia cinética?

**53P.** Se as calotas de gelo polar da Terra derretessem e a água voltasse aos oceanos, estes ficariam cerca de 30 m mais fundos. Que efeito isso teria na rotação da Terra? Faça uma estimativa da mudança resultante na duração do dia. (Há preocupação de que o aquecimento da atmosfera resultante da poluição industrial possa fazer com que as calotas de gelo derretam.)

**54P.** Uma plataforma horizontal em forma de disco circular gira sobre um mancal sem atrito em torno de um eixo mecânico vertical que passa pelo centro do disco. A plataforma possui uma massa de 150 kg, um raio de 2,0 m e uma inércia à rotação de  $300 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$  em torno do eixo de rotação. Uma estudante de 60 kg caminha lentamente da beirada da plataforma em direção ao centro. Se a velocidade<sup>60</sup> angular do sistema for 1,5 rad/s quando a estudante começar na parte mais externa, qual será a velocidade angular quando ela estiver a 0,50 m do centro?

**55P.** Um disco uniforme de massa  $10m$  e raio  $3,0r$  pode girar livremente em torno do seu centro fixo como um carrossel. Um disco uniforme menor de massa  $m$  e raio  $r$  repousa em cima do disco maior, concêntrico com ele. Inicialmente, os dois discos giram juntos com uma velocidade<sup>61</sup> angular de 20 rad/s. Depois uma leve perturbação faz com que o disco menor deslize para fora atravessando o disco maior, até que a borda de fora do disco menor pegue na borda de fora do disco maior. Depois disso, os dois discos giram novamente juntos (sem deslizar mais). (a) Qual será então a velocidade<sup>62</sup> angular dos dois discos em torno do centro do disco maior? (b) Qual será a razão  $K/K_0$  entre a nova energia cinética do sistema de dois discos e a energia cinética inicial do sistema?

**56P.** Uma criança está em pé na beirada de um carrossel em repouso com massa igual a 100 kg e raio de 2,0 m. A inércia à rotação do carrossel em torno do seu eixo de rotação é de  $150 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ . A criança agarra uma bola com massa de 1,0 kg jogada por um amigo. Imediatamente antes de a bola ser agarrada, ela tem uma velocidade inicial de 12 m/s, que faz um ângulo de  $37^\circ$  com uma reta tangente à borda exterior do carrossel, como mostrado na vista superior da Fig. 12.44. Qual o módulo da velocidade angular do carrossel imediatamente depois de a bola ser agarrada?

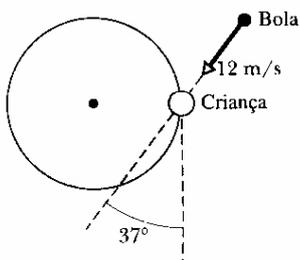


Fig. 12.44 Problema 56.

**57P.** Na Fig. 12.45, uma bala de 1,0 g é disparada para dentro de um bloco de 0,50 kg que está preso na extremidade de uma haste não-uniforme com 0,60 m de comprimento e 0,50 kg de massa. O sistema bloco-haste-bala gira então em torno de um eixo fixo no ponto A. A inércia à rotação da haste sozinha em torno de A é igual a  $0,060 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ . Suponha que o bloco seja pequeno o bastante para ser tratado como uma partícula na extremidade da haste. (a) Qual a inércia à rotação do sistema bloco-haste-bala em torno do ponto A? (b) Se a velocidade<sup>63</sup> angu-

lar do sistema em torno de A imediatamente após o impacto da bala for igual a 4,5 rad/s, qual será a velocidade da bala imediatamente antes do impacto?

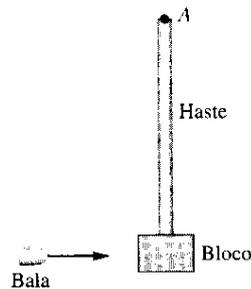


Fig. 12.45 Problema 57.

**58P.** Na Fig. 12.46, uma haste uniforme (comprimento = 0,60 m, massa = 1,0 kg) gira em torno de um eixo que passa por uma extremidade, com uma inércia à rotação de  $0,12 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ . Quando a haste se desloca em um arco e chega à sua posição mais baixa, a extremidade da haste colide com uma pequena bola de massa de vidro de 0,20 kg que fica grudada na extremidade da haste. Se a velocidade<sup>64</sup> angular da haste imediatamente antes da colisão for de 2,4 rad/s, qual será a velocidade angular do sistema haste-massa de vidro imediatamente após a colisão?

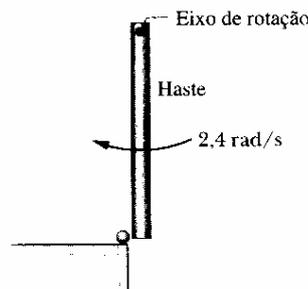


Fig. 12.46 Problema 58.

**59P\*.** A partícula de massa  $m$  na Fig. 12.47 desce uma altura  $h$  deslizando pela superfície lisa<sup>65</sup> e colide com a haste vertical uniforme (de massa  $M$  e comprimento  $d$ ), ficando grudada nela. A haste gira em torno do ponto O de um ângulo  $\theta$  antes de parar momentaneamente. Encontre  $\theta$ .

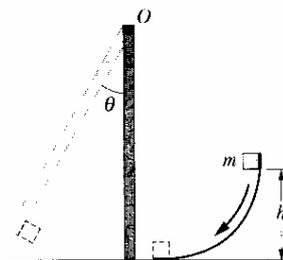


Fig. 12.47 Problema 59.

<sup>60</sup>Escalar. (N.T.)

<sup>61</sup>Vetorial. (N.T.)

<sup>62</sup>Vetorial. (N.T.)

<sup>63</sup>As velocidades que aparecem neste problema (lineares e angulares) são escalares. (N.T.)

<sup>64</sup>As velocidades angulares neste problema são escalares. (N.T.)

<sup>65</sup>Considerada sem atrito. (N.T.)