Faculdade de Ciências - Depto de Matemática

Profª Drª Emília M. R. Marques

Transposição de Matrizes

Chamamos de **matriz transposta** de $A \in M_{mxn}(\mathbb{R})$, a matriz $B = A^t$, tal que:

$$A^t = (b_{ij}) \in M_{n\ x\ m}(\mathbb{R}) \;\Big|\; b_{ij} = a_{ji} \ .$$

Propriedades da Transposição de Matrizes

1. $\left(A^t\right)^t = A,\ \forall A = \left(a_{ij}\right)_{m\,x\,n}$

2. $\forall A, B \in M_{m\,x\,n}\left(R\right),\ \left(A+B\right)^t = A^t + B^t$

3. $\forall A \in M_{m\,x\,n}\left(R\right), \forall k \in R,\ \left(kA\right)^t = kA^t$

4. $\forall A \in M_{m\,x\,n}\left(R\right), \forall B \in M_{n\,x\,p}\left(R\right),\ \left(AB\right)^t = B^t A^t$

Matrizes Inversíveis

Definição: Uma matriz $A \in M_n(R)$ é dita **inversível** se existir uma matriz $B \in M_n(R)$ tal que $A.B = I_n = B.A$.

Notação: $A^{-1} \in M_n(R)$: matriz inversa de A.

OBS: Se a matriz A não é inversível então ela é chamada de **Matriz Singular.**

Teorema 01: Se A é inversível então sua inversa é única, isto é:

$$A \in M_n(R),\ \exists! B \in M_n(R) \mid A.B = I_n = B.A$$

Exercício 01: Demonstre o teorema acima.

Exercício 02: Mostre que a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 7 \end{pmatrix}$ é inversível cuja inversa é $A = \begin{pmatrix} 7 & -3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$.

Exercício 03: Mostre que a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 8 \end{pmatrix}$ é singular.

Teorema 02: Se A e B são matrizes inversíveis de ordem *n* então

$$\forall A, B \in M_n(R),\ (A.B)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$$

Demonstração: Exercício

Exercício 04: verificar diretamente que se A é uma matriz inversível de ordem 2, então $\left(A^t\right)^{-1} = \left(A^{-1}\right)^t$.