Faculdade de Ciências - Depto de Matemática

Profª Drª Emília M. R. Marques

**Definição:** Sejam dois números naturais. Uma **matriz real** é uma tabela de números reais com *m* linhas e *n* colunas, distribuídos como abaixo:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots\dots & \dots\dots & \dots & \dots\dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} = \left(a_{ij}\right)_{\substack{1 \leq i \leq m \\ 1 \leq j \leq n}}$$

Cada elemento da matriz é chamado **termo** ou **entrada**.

# Tipos de Matrizes:

- **Quadrada**: $m = n$

- Identidade: $I_n = \left(a_{ij}\right)_{n\,x\,n}$ onde $\begin{cases} a_{ij} = 1, & se \quad i = j \\ a_{ij} = 0, & se \quad i \neq j \end{cases}$

- Simétrica: $a_{ij} = a_{ji}$

- Anti-Simétrica: $a_{ij} = -a_{ji}$

- Diagonal: $a_{ij} = 0, \quad se \quad i \neq j$

- Triangular:

  - Superior: $a_{ij} = 0, \quad se \quad i > j$

  - Inferior: $a_{ij} = 0, \quad se \quad i < j$

- Inversíveis: $\exists A^{-1} \in M_{n\ x\ n}(\mathbb{R}) \Big| A.A^{-1} = I_n = A^{-1}.A$

- **Retangulares**: $m \neq n$

  - Coluna: $n = 1 \quad e \quad m \quad qualquer$

  - Linha: $m = 1 \quad e \quad n \quad qualquer$

  - Outras: **Nula**: $a_{ij} = 0, \quad \forall ij$

## Operações:

1. **Igualdade:** Dadas duas matrizes

$A, \quad B \ \in \quad M_{m \ x \ n}(\mathbb{R})$ , $A = \left(a_{ij}\right)$ e $B = \left(b_{ij}\right)$ então:

$$A = B \quad \Leftrightarrow \quad a_{ij} = b_{ij}, \quad \forall i = 1,\ldots,m \quad e \quad j = 1,\ldots,n$$

**2. Adição:** Dadas $A, B, C \in M_{m\ x\ n}(\mathbb{R})$ ,

$$C = (c_{ij}) = A + B \iff c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}, \quad \forall i = 1, \ldots, m \quad e \quad j = 1, \ldots, n$$

**Ou seja,**

$$C = A + B = \begin{pmatrix} a_{11} + b_{11} & a_{12} + b_{12} & \ldots & a_{1n} + b_{1n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{m1} + b_{m1} & a_{m2} + b_{m2} & \ldots & a_{mn} + b_{mn} \end{pmatrix}$$

## 3. Multiplicação por escalar:

Dada $A, B \in M_{m\ x\ n}(\mathbb{R})$ e $\alpha \in \mathbb{R}$,

$$B = (b_{ij}) = \alpha A \iff b_{ij} = \alpha a_{ij}, \quad \forall i = 1, \ldots, m \quad e \quad j = 1, \ldots, n$$

**ou seja,**

$$\alpha.A = \begin{pmatrix} \alpha.a_{11} & \alpha.a_{12} & \ldots & \alpha.a_{1n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \alpha.a_{m1} & \alpha.a_{m2} & \ldots & \alpha.a_{mn} \end{pmatrix}$$

## 3.1. Propriedades:

Para $A, \ B \ \in \ M_{m \ x \ n}(\mathbb{R})$ , temos que:

**a)** $(\alpha.\beta) \ A = \alpha(\beta.A)$

**b)** $(\alpha \ + \ \beta) \ A = \alpha A \ + \ \beta A$

**c)** $\alpha(A + B) = \alpha A + \alpha B$

**d)** $1.A = A$

## 4. Multiplicação de Matrizes:

Sejam $A \in M_{m\ x\ n}(\mathbb{R})$ , $B \in M_{n\ x\ p}(\mathbb{R})$ e $C \in M_{p x q}(\mathbb{R})$ matrizes. Então podemos definir

$$C = A.B = \left(c_{ij}\right)_{m\ x\ p} \qquad com \quad c_{ij} = \sum_{k=1}^{n} a_{ik}.b_{kj} .$$

**Obs:** Note que o produto só é possível quando o número de colunas da primeira matriz é igual ao número de linhas da segunda matriz.