Faculdade de Ciências - Depto de Matemática Profª Drª Emília M. R. Marques

OPERAÇÃO DE ADIÇÃO: A OPERAÇÃO DE ADIÇÃO DE MATRIZES É DEFINIDA:

$$+ : M_{m\,x\,n}(R) \; x \; M_{m\,x\,n}(R) \rightarrow M_{m\,x\,n}(R)$$

$$(A\,,\,B) \rightarrow C$$

, onde

$$C = (c_{ij}) = A + B \iff c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}, \quad \forall i = 1,\ldots,m \quad e \quad j = 1,\ldots,n$$

Ou seja,

$$C = A + B = \begin{pmatrix} a_{11} + b_{11} & a_{12} + b_{12} & \ldots & a_{1n} + b_{1n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{m1} + b_{m1} & a_{m2} + b_{m2} & \ldots & a_{mn} + b_{mn} \end{pmatrix}$$

PROPRIEDADES DA ADIÇÃO

A1. Associativa:

$$\forall\ A,B,C \in M_{m\ x\ n}(R),\ A+(B+C)=(A+B)+C$$

A2. Comutativa:

$$\forall\ A,B \in M_{m\ x\ n}(R),\ A+B=B+A$$

A3. Elemento Neutro:

$$\forall\ A \in M_{m\ x\ n}(R)\ \exists O \in M_{m\ x\ n}(R),\ A+O=O+A=A$$

A4. Elemento Oposto:

$$A \in M_{m\ x\ n}(R)\ \exists -A \in M_{m\ x\ n}(R),\ A+(-A)=-A+A=O$$

Faculdade de Ciências - Depto de Matemática Profª Drª Emília M. R. Marques

MULTIPLICAÇÃO DE MATRIZES:

Sejam $A \in M_{m\ x\ n}(\mathbb{R})$, $B \in M_{n\ x\ p}(\mathbb{R})$ e $C \in M_{p x q}(\mathbb{R})$ matrizes. Então podemos definir

$$C = A.B = \left(c_{ij}\right)_{m\ x\ p} \qquad com \quad c_{ij} = \sum_{k=1}^{n} a_{ik}.b_{kj}.$$

Obs: Note que o produto só é possível quando o número de colunas da primeira matriz é igual ao número de linhas da segunda matriz.

PROPRIEDADES DA MULTIPLICAÇÃO

M1) Associativa: Sejam as matrizes $A \in M_{m\ x\ n}(\mathbb{R})$, $B \in M_{n\ x\ p}(\mathbb{R})$ e $C \in M_{p\ x\ q}(\mathbb{R})$ então $A.(B.C)=(A.B).C$.

M2) Distributiva da Multiplicação em relação à Adição:

a) À Esquerda: Sejam as matrizes $A \in M_{m\ x\ n}(\mathbb{R})$, $B,C \in M_{n\ x\ p}(\mathbb{R})$ e então $A.(B+C)=(A.B)+(A.C)$.

b) À Direita: Sejam as matrizes $A \in M_{p\ x\ q}(\mathbb{R})$, $B,C \in M_{n\ x\ p}(\mathbb{R})$ e então $(B+C).A=(B.A)+(C.A)$.

M3) Elemento Neutro: Considerando uma matriz $A \in M_{m\ x\ n}(\mathbb{R})$ e a matriz identidade de ordem n, I_n, temos que:

$$A.I = A = I.A$$