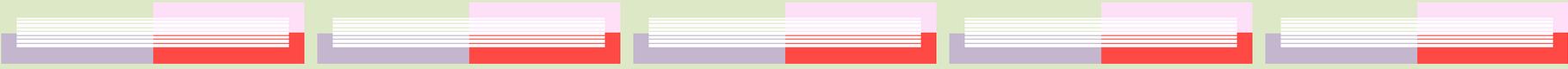


Determinantes

- **Definição:** (usando os cofatores) Seja a matriz A quadrada de ordem n . Assim definimos usando a i -ésima linha (poderia ser também uma coluna):

$$\det(A) = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} = \sum_{j=1}^n a_{ij} [A_{ij}]$$



Propriedades do Determinante

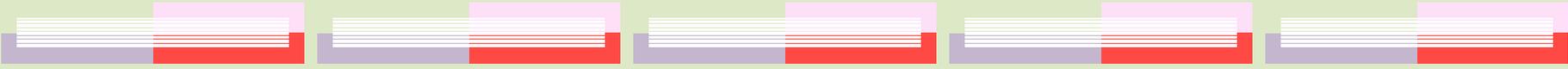
P5) Filas paralelas iguais: Se a matriz A possui duas filas iguais então seu determinante é nulo.

Exercício: Demonstre.

P6) Teorema de Cauchy: A soma dos produtos dos elementos de uma fila qualquer de uma matriz A , de forma ordenada, pelos cofatores dos elementos de uma fila paralela é igual a zero.

Exercício: Demonstre.





Propriedades do Determinante

P7) Filas paralelas proporcionais: Se a matriz A possui duas filas paralelas proporcionais então seu determinante é nulo.

Exercício: Demonstre.



Propriedades do Determinante

P8) Adição de Determinantes: Uma fila da matriz A de ordem n , é constituída de uma soma de elementos, como abaixo:

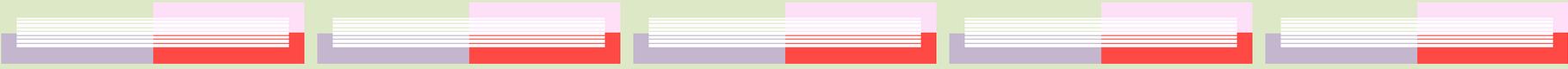
$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & b_{1j} + c_{1j} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & b_{2j} + c_{2j} & \dots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & \dots & b_{3j} + c_{3j} & \dots & a_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{(n-1)1} & a_{(n-1)2} & \dots & b_{(n-1)j} + c_{(n-1)j} & \dots & a_{(n-1)n} \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & b_{nj} + c_{nj} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

Propriedades do Determinante

Nessas condições temos que:

$$\det(A) = \begin{vmatrix} a_{11} & \dots & b_{1j} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & \dots & b_{nj} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{11} & \dots & c_{1j} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & \dots & c_{nj} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

Exercício: Demonstre.



Propriedades do Determinante

P9) Teorema da Combinação Linear: Se uma matriz A possui uma fila que é combinação linear de outras duas então seu determinante é nulo.

Exercício: Demonstre.



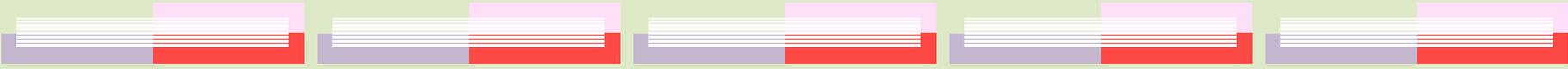
Propriedades do Determinante

P10) Teorema de Jacobi: Se substituirmos uma fila da matriz A por uma combinação linear dela com outra fila qualquer então seu determinante não se altera.

Exercício: Demonstre.

P11) Teorema de Binet: Sejam A e B matrizes de ordem n . Então

$$\det(A.B) = \det(A). \det(B)$$



Propriedades do Determinante

P12) Matriz Triangular: Seja matriz triangular inferior A (ou superior) então seu determinante é o produto dos elementos da diagonal.

Exercício: Demonstre.

