

# Determinante

## ● Menor Complementar do Elemento $a_{ij}$

Notação:  $D_{ij} = \det(A_{ij})$  , onde  $A_{ij}$  é a matriz que se obtém da anterior pela retirada da  $i$ -ésima linha e  $j$ -ésima coluna.

# Exercício

- Determinar os menores complementares dos elementos  $a_{11}$ ,  $a_{21}$  e  $a_{31}$ , considerando:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 5 \\ 3 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

# Determinante

## ● Complemento Algébrico do Elemento $a_{ij}$

Notação:  $[A_{ij}] = (-1)^{i+j} D_{ij}$ , onde  $A_{ij}$  é a matriz que se obtém da anterior pela retirada da  $i$ -ésima linha e  $j$ -ésima coluna.

**Obs**: Esse elemento é também chamado de *cofator de  $a_{ij}$*  .

# Exercício

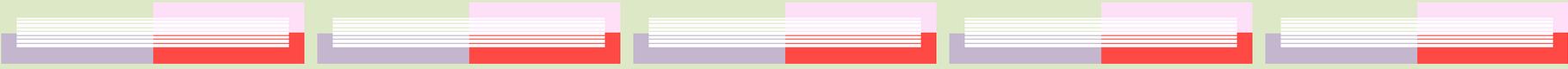
- Determinar os complementos algébricos dos elementos  $a_{11}$ ,  $a_{21}$  e  $a_{31}$ , considerando:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 5 \\ 3 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

# Determinantes

- **Definição:** (usando os cofatores) Seja a matriz  $A$  quadrada de ordem  $n$ . Assim definimos usando a  $i$ -ésima linha (poderia ser também uma coluna):

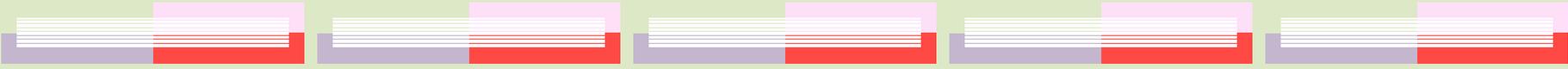
$$\det(A) = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} = \sum_{j=1}^n a_{ij} [A_{ij}]$$



# Exercício

- Demonstre que o determinante de uma matriz diagonal é o produto dos elementos da diagonal principal.





# Propriedades do Determinante

**P1)** Determinante da matriz transposta

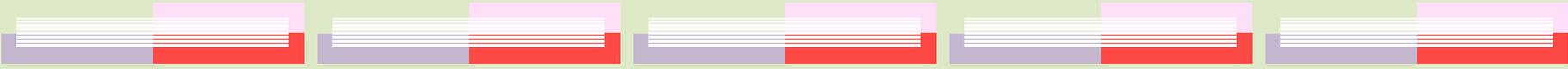
$$\det(A) = \det(A^t)$$

Exercício: Demonstrar usando a Indução Finita

**P2)** Fila (linha ou coluna) nula: Se a matriz possui uma fila nula então seu determinante é nulo

Exercício: Demonstre.





# Propriedades do Determinante

**P3)** Determinante de uma matriz  $B$  que possui uma fila multiplicada por uma constante  $k$

$$\det(B) = k \det(A)$$

onde  $A$  é obtida de  $B$  dividindo essa fila por  $k$

Exercício: Demonstre.

**P4)** Troca de filas (linha ou coluna) paralelas:  
Se trocarmos duas filas paralelas da matriz então seu determinante muda de sinal.

Exercício: Demonstre.

