




Determinante

● Menor Complementar do Elemento a_{ij}

Notação: $D_{ij} = \det(A_{ij})$, onde A_{ij} é a matriz que se obtém da anterior pela retirada da i -ésima linha e j -ésima coluna.



Exercício

- Determinar os menores complementares dos elementos a_{11} , a_{21} e a_{31} , considerando:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 5 \\ 3 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Determinante

● Complemento Algébrico do Elemento a_{ij}

Notação: $[A_{ij}] = (-1)^{i+j} D_{ij}$, onde A_{ij} é a matriz que se obtém da anterior pela retirada da i -ésima linha e j -ésima coluna.

Obs: Esse elemento é também chamado de *cofator de a_{ij}* .

Exercício

- Determinar os complementos algébricos dos elementos a_{11} , a_{21} e a_{31} , considerando:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 5 \\ 3 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Determinantes

- **Definição:** (usando os cofatores) Seja a matriz A quadrada de ordem n . Assim definimos usando a i -ésima linha (poderia ser também uma coluna):

$$\det(A) = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} = \sum_{j=1}^n a_{ij} [A_{ij}]$$



Exercício

- Demonstre que o determinante de uma matriz diagonal é o produto dos elementos da diagonal principal.





Propriedades do Determinante

P1) Determinante da matriz transposta

$$\det(A) = \det(A^t)$$

Exercício: Demonstrar usando a Indução Finita

P2) Fila (linha ou coluna) nula: Se a matriz possui uma fila nula então seu determinante é nulo

Exercício: Demonstre.





Propriedades do Determinante

P3) Determinante de uma matriz B que possui uma fila multiplicada por uma constante k

$$\det(B) = k \det(A)$$

onde A é obtida de B dividindo essa fila por k

Exercício: Demonstre.

P4) Troca de filas (linha ou coluna) paralelas:
Se trocarmos duas filas paralelas da matriz então seu determinante muda de sinal.

Exercício: Demonstre.

