7ª Lista de Exercícios de Cálculo Diferencial e Integral II

Aplicações da Integral Definida

Profa. Edilaine

Exercícios 6.13 – Livro: Cálculo A – Funções, limite, derivação e integração (6ª Edição), Autoras: Diva Marília Flemming e Mirian Buss Gonçalves

Nos exercícios de 1 a 29 encontrar a área da região limitada pelas curvas dadas.

1. $x = 1/2, x = \sqrt{y}$ e $y = -x + 2$

2. $y^2 = 2x$ e $x^2 = 2y$

3. $y = 5 - x^2$ e $y = x + 3$

4. $y = \frac{1}{6}x^2$ e $y = 6$

5. $y = 1 - x^2$ e $y = -3$

6. $x + y = 3$ e $y + x^2 = 3$

7. $x = y^2, y - x = 2, y = -2$ e $y = 3$

8. $y = x^3 - x$ e $y = 0$

9. $y = e^x, x = 0, x = 1$ e $y = 0$

10. $x = y^3$ e $x = y$

11. $y = \ln x, y = 0$ e $x = 4$

12. $y = \ln x, x = 1$ e $y = 4$

13. $y = \operatorname{sen} x$ e $y = -\operatorname{sen} x,\ x \in [0, 2\pi]$

14. $y = \cos x$ e $y = -\cos x,\ x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$

15. $y = \cosh x, y = \operatorname{senh} x, x = -1$ e $x = 1$

16. $y = \operatorname{tg} x,\ x = 0$ e $y = 1$

17. $y = e^{-x}, y = x + 1$ e $x = -1$

18. $y = \operatorname{sen} 2x,\ y = x + 2,\ x = 0$ e $x = \pi/2$

19. $y = -1 - x^2, y = -2x - 4$

20. $y = \cos x, y = \frac{-3}{5\pi}x + \frac{3}{10}, x \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{4\pi}{3}\right]$

21. $y = \frac{1}{|x-1|}, y = \frac{1}{x}, y = 2x + 1$ e $x = -3$

22. $x = y^2$ e $y = -\frac{1}{2}x$

23. $y = 4 - x^2$ e $y = x^2 - 14$

24. $x = y^2 + 1$ e $x + y = 7$

25. $y = 2^x, y = 2^{-x}$ e $y = 4$

26. $y = \operatorname{arc\,sen} x, y = \pi/2$ e $x = 0$

26. $y = \operatorname{arc\,sen} x, y = \pi/2$ e $x = 0$

27. $y = 2\cosh\frac{x}{2},\ x = -2,\ x = 2$ e $y = 0$

28. $y = |x - 2|$ e $y = 2 - (x - 2)^2$

29. $y = e^x - 1, y = -x$ e $x = 1$.

Exercícios 8.4 – Livro: Cálculo A – Funções, limite, derivação e integração (6ª Edição), Autoras: Diva Marília Flemming e Mirian Buss Gonçalves

Nos exercícios 1 a 14, encontrar o comprimento de arco da curva dada.

1. $y = 5x - 2,\ -2 \le x \le 2$

2. $y = x^{2/3} - 1,\ 1 \le x \le 2$

3. $y = \frac{1}{3}(2 + x^2)^{3/2},\ 0 \le x \le 3$

4. $x^{2/3} + y^{2/3} = 2^{2/3}$

5. $y = \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{8x^2},\ 1 \le x \le 2$

6. $x = \frac{1}{3}y^3 + \frac{1}{4y},\ 1 \le y \le 3$

7. $y = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$, de $(0, 1)$ a $\left(1, \frac{e + e^{-1}}{2}\right)$

8. $y = \ln x, \sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{8}$

9. $y = 1 - \ln(\operatorname{sen} x)$, $\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{\pi}{4}$

10. $y = \sqrt{x^3}$, de $P_0(0, 0)$ até $P_1(4, 8)$

11. $y = 4\sqrt{x^3} + 2$, de $P_0(0, 2)$ até $P_1(1, 6)$

12. $y = 6(\sqrt[3]{x^2} - 1)$, de $P_0(1,0)$ até $P_1(2\sqrt{2}, 6)$

13. $(y - 1)^2 = (x + 4)^3$, de $P_0(-3, 2)$ até $P_1(0,9)$

14. $x^2 = y^3$, de $P_0(0, 0)$ até $P_1(8, 4)$

Nos exercícios 15 a 21, estabelecer a integral que dá o comprimento de arco da curva dada.

15. $y = x^2, 0 \leq x \leq 2$

16. $y = \frac{1}{x}$, de $P_0\left(\frac{1}{4}, 4\right)$ até $P_1\left(4, \frac{1}{4}\right)$

17. $x^2 - y^2 = 1$, de $P_0(3, -2\sqrt{2})$ até $P_1(3, 2\sqrt{2})$

18. $y = e^x$, de $P_0(0, 1)$ até $P_1(2, e^2)$

19. $y = x^2 + 2x - 1$, $0 \leq x \leq 1$

20. $y = \sqrt{x}$, $2 \leq x \leq 4$

21. $y = \operatorname{sen} 3x$, $0 \leq x \leq 2\pi$

Nos exercícios 22 a 29, calcular o comprimento de arco da curva dada na forma paramétrica.

22. $\begin{cases} x = t^3 \\ y = t^2 \end{cases}, 1 \leq t \leq 3$

23. $\begin{cases} x = 2(t - \operatorname{sen} t) \\ y = 2(1 - \cos t) \end{cases}, t \in [0, \pi]$

24. $\begin{cases} x = -\operatorname{sen} t \\ y = \cos t \end{cases}, t \in [0, 2\pi]$

25. $\begin{cases} x = t \operatorname{sen} t \\ y = t \cos t \end{cases}, t \in [0, \pi]$

26. $\begin{cases} x = 3t + 2 \\ y = t - 1 \end{cases}, t \in [0, 2]$

27. $\begin{cases} x = 1/3t^3 \\ y = 1/2t^2 \end{cases}, 0 \leq t \leq 2$

28. $\begin{cases} x = e^t \cos t \\ y = e^t \operatorname{sen} t \end{cases}, 1 \leq t \leq 2$

29. $\begin{cases} x = 2\cos t + 2t \operatorname{sen} t \\ y = 2\operatorname{sen} t - 2t \cos t \end{cases}, 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$

30. Achar o comprimento da hipociclóide $\begin{cases} x = 4 \operatorname{sen}^3 t \\ y = 4\cos^3 t \end{cases}, t \in [0, 2\pi]$

31. Achar o comprimento da circunferência $\begin{cases} x = a \cos t \\ y = a \operatorname{sen} t \end{cases}, t \in [0, 2\pi]$

32. Calcular o comprimento da parte da circunferência que está no primeiro quadrante $\begin{cases} x = 7\cos t/4 \\ y = 7 \operatorname{sen} t/4 \end{cases}$

Nos exercícios 33 a 35, calcular a área da região limitada pelas seguintes curvas, dadas na forma paramétrica.

33. $\begin{cases} x = \cos t \\ y = \operatorname{sen} t \end{cases}$ e $\begin{cases} x = \cos t \\ y = 1/2 \operatorname{sen} t \end{cases}$

34. $\begin{cases} x = 2 \cos^3 t \\ y = 2 \operatorname{sen}^3 t \end{cases}$ e $\begin{cases} x = 2 \cos t \\ y = 2 \operatorname{sen} t \end{cases}$

35. $\begin{cases} x = t \\ y = t^2 \end{cases}$ e $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 3t \end{cases}$

36. Calcular a área da parte da circunferência $\begin{cases} x = 2 \cos t \\ y = 2 \operatorname{sen} t \end{cases}$ que está acima da reta $y = 1$.

37. Calcular a área da região delimitada pela elipse $\begin{cases} x = 3\cos t \\ y = \operatorname{sen} t \end{cases}$.

38. Calcular a área da região limitada à direita pela elipse $\begin{cases} x = 3\cos t \\ y = 2\operatorname{sen} t \end{cases}$ e à esquerda pela reta $x = \dfrac{3\sqrt{3}}{2}$.

39. Calcular a área da região entre as curvas $\begin{cases} x = 4\cos t \\ y = 2\operatorname{sen} t \end{cases}$ e $\begin{cases} x = \cos t \\ y = \operatorname{sen} t \end{cases}$.

40. Calcular a área entre o arco da hipociclóide $\begin{cases} x = 3\cos^3 t \\ y = 3\operatorname{sen}^3 t \end{cases}$, $t \in \left[0, \dfrac{\pi}{2}\right]$ e a reta $x + y = 3$.

41. Calcular a área delimitada pela hipociclóide $\begin{cases} x = 4\operatorname{sen}^3 t \\ y = 4\cos^3 t \end{cases}$.