TRABALHO 2 – Cálculo I e Matemática I – BCC, BSI e Lic. em Matemática.
(Entregar até 10 dias após o retorno das atividades)

PARTE A:

1) Determine a derivada das seguintes funções:

a) $f(x) = \dfrac{\ln(\cosh(x^2+1))}{[\operatorname{senh}(x^2+1)+\operatorname{sec}h^2(x^2+1)]}$

b) $f(x) = \sqrt{\dfrac{\operatorname{sen}(\ln(x^2))}{tgh(\cos(x^2))}}$

2) Determine a equação das retas tangente e normal à curva dada, no ponto especificado. Construa os gráficos da curva, das duas retas e marque o ponto *P*, no mesmo sistema de eixos.

a) $x^2 = y^3; \quad P(8,4)$

b) $xy = 2; \quad P(2,1)$

c) $x^2y^3 - 2xy = 6x + y + 1; \quad P(0,-1)$

3) Um estudo ambiental realizado em certa cidade revela que haverá $Q(p) = p^2 + 4p + 900$ unidades de um perigoso poluente no ar quando a população for de p mil habitantes. Se a população atual é de 50.000 habitantes e está aumentando à taxa de 1.500 habitantes por ano, qual é a taxa de aumento da poluição causada pelo produto?

4) Use diferenciais para estimar os valores solicitados:

a) $\sqrt{36{,}1}$

b) $\dfrac{1}{10{,}1}$

c) $cos\ 59^{o}$

d) ln 1,07

Para os mesmos itens, utilize fórmula de Taylor de ordem 3 para melhorar as aproximações feitas e determine um limitante para o erro de Lagrange cometido.

5) Quando o sangue flui ao longo de um vaso sanguíneo, o fluxo *F* (volume de sangue passando, por unidade de tempo, por um ponto dado) é proporcional à quarta potência do raio *R* do vaso, ou seja, $F = kR^4$ (isso é conhecido como a Lei de Poiseuille). Uma artéria parcialmente obstruída pode ser alargada por uma operação chamada angioplastia, na qual um cateter do tipo balão é inflado dentro da artéria a fim de aumentá-la e restaurar o fluxo normal do sangue. Mostre que a variação relativa em *F* é cerca de 4 vezes a variação relativa em *R*. Como um aumento de 7% no raio afeta o fluxo de sangue?

6) A massa de uma cultura de bactérias viáveis tem seu crescimento representado pela função $M(t) = p_0 + 60t - 2,5\,t^2$ (t medido em horas e M em cm^3), sendo p_0 uma constante positiva. Calcule a velocidade de crescimento dessa cultura quando $t = 6$ h. O que representa o ponto onde $M'(t) = 0$? Faça o gráfico de M e de M' e, a partir deles, verifique o que estaria acontecendo com a massa bacteriana para os valores de t onde $M'(t) < 0$ e $M'(t) > 0$.

7) Determine os aproximantes de 3ª. ordem de Taylor para as seguintes funções, em torno do ponto c = 0, avalie, aproximadamente, f(0.5) e estime um limitante para o erro de Lagrange cometido:

a) $f(x) = \ln(2x+3)$ b) $f(x) = \ln(4-x^2)$ c) $f(x) = e^{-x^2}$

PARTE B – aplicações com o Winplot.

1) Represente as curvas e as retas tangentes e normais do exercício **2)** da Parte A, através do software Winplot.

2) Esboce os gráficos das funções do exercício 7), da parte A, bem como o polinômio P_3 encontrado utilizando o software Winplot, na vizinhança de c = 0.

3) No gráfico de uma função **y = f(x)**, diferenciável em $\mathbf{x_0}$, representam-se equações de retas expressas pela seguinte equação:

$$\mathbf{r\,(x,h) = f\,(x_0) + [\;(f(x_0 + h) - f\,(x_0)\,)/\,h(x - x_0)\;];}$$

Represente a curva dada e as respectivas retas para **h = 10, 5, 1, 0.5, 0.25, 0.125, 0.01, 0.001 e 0.00001,** considerando as funções abaixo:

a) $\mathbf{f(x) = cos(x)}$, para $\mathbf{x} \in [-2\pi,, 2\pi]$, $\mathbf{x}_0 = \pi$;
b) $\mathbf{f(x) = sen(x)}$, para $\mathbf{x} \in [-2\pi, 2\pi]$, $\mathbf{x}_0 = \dfrac{\pi}{2}$;
c) $f(x) = e^{-x^2}$, para $\mathbf{x} \in [-10, 10]$, $\mathbf{x}_0 = 0$;
d) $f(x) = \ln(4 + x^2)$, para $-2 < \mathbf{x} < 2$, $\mathbf{x}_0 = e$.

Para a equação dada e as curvas consideradas de a) até d), quando $\mathbf{h} \to 0$, tem-se a equação da reta tangente à curva dada pelo ponto $\mathbf{P(x_0, y_0)}$**?** Interprete o resultado obtido.