Trabalho I – Calc. Dif. e integral I (1461A e 1013B) e Mat. I (1570A) – 29/03/06

Parte A: Exercícios práticos. Entregar em 08/04/2006.

1. Resolva as seguintes equações e inequações em $\Re$:

1.a) $\left|\dfrac{x^2-1}{x-1}\right|=3$; 1.b) $|3x+2| = 5-x$; 1.c) $|x-1| + |x+2| \leq 4$ 1.d) $\left|\dfrac{7-2x}{5+3x}\right| \geq \dfrac{1}{2}$.

2. Dada a função: $f(x)=\begin{cases} |x-1|, & x<-1 \\ |x+3|, & x>-1 \\ 0, & x=-1 \end{cases}$

2.a) Determine o domínio de f ;
2.b) Faça o esboço do gráfico de f .
2.c) Determine o conjunto imagem de f .

3. Seja f(x) = $\begin{cases} 5x, & \text{se } x \leq 0 \\ x, & \text{se } 0 < x \leq 4 \\ 2\sqrt{x}, & \text{se } x > 4 \end{cases}$;

   3.1) dê condição de existência e determine: f^{-1}
   3.2) se $g(x) = x^3$, calcule (fOg) e $(fOg)^{-1}$.

4. A função g é definida por $g(x) = sen(x^2)$. Defina uma função f tal que (fOg)(x) = x.
5. Se $f(x) = x^2$, encontre duas funções g tais que $(gOf)(x) = 4x^2 - 12x + 9$.
6. Se f(x) = $\frac{1}{2}(a^x + a^{-x})$ e g(x) = $\frac{1}{2}(a^x - a^{--x})$, $a > 1$, mostre que f é par, g é ímpar e (f/g) é ímpar.
7. Assinale verdadeiro (V) ou falso (F) .Justifique sua resposta.

   a) ( ) A representação gráfica de f(x) = $ax^2 + bx + c$, é uma parábola;

   b) ( ) Não existe x, tal que, tg(x) = 100 e existe x tal que sec(x) = $\frac{1}{2}$ e sen(x) = π;

   c) ( ) $\text{sen}(2).\text{sen}(\pi/2) = \text{sen}(\pi)^\circ$;

   d) ( ) As equações $x^4 = 1$ e $(x-1)^4 = 0$ possuem as mesmas raízes;

   e) ( ) $\dfrac{\text{sen}((x-1)^3)}{x-1} = \text{sen}((x-1)^2)$;

   g) ( ) $\dfrac{(x-1)^3}{x-1} = x^2 - 2x + 1, \ \forall x \in \Re$

8. Se f(x) e g(x) são periódicas de período $T > 0$:
   6a) Mostre que f.g e (f/g) também tem período T;
   6b) 2T, 3T,....,nT ($n \in N^*$) também são períodos de f e g.

9. Determine o período da função $f(x) = sen(\frac{3}{4}x) + cos(x) + tg(x)$.

10. Mostre que a função $f(x) = \frac{sen(x)}{x^2+1} + \frac{cos(x)}{x^2+1}$ é limitada.

Parte B: Atividades com o Winplot – entregar em 18/04/2006

1. Construa os gráficos das seguintes funções plotando-as e identificado-as em uma mesma figura.

   a) x^2; $2x^2$; $-0.5x^2$; $-x^2+2$; $(x+2)^2$; $(x-2)^2$; $-(x)^2+2$; $-(x+2)^2$ e os seus conjuntos imagens;

   b) $\frac{1}{n}(\frac{1}{x+n} - \frac{1}{x})$; para n = ±10, ±5, ±1, ±0.5, ±0.25, ±0.125 e ±0.005. Podemos afirmar que para $n \to 0$ a relação tende para a função $f(x) = -\frac{1}{x^2}$?

2. Represente a família de curvas **y = f(x+k), y = f(x-k); y = kf(x); y = f(kx)**; considerando alguns valores de $k \in \mathbf{Z}$ (pelo menos 05 valores) para as seguintes funções: f(x) = cos(x); f(x) = ln(x); $f(x) = e^x$; f(x) = senh(x) e f(x) = cosh(x), de tal forma a garantir a existência da função plotada. Qual a conclusão tirada sobre $k < 0$ e $k > 0$ para cada representação feita em relação à função original y = f(x)? Determine os trechos em que a função representada é crescente ou decrescente.
Observação: a plotagem das funções acima pode ser feita diretamente através do comando **family.**

3. Considere as funções f(x) = sen(x); $f(x) = e^x$ e o quociente $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$.
Determine a família de curvas geradas para h = ±10, ±5, ±1, ±0.5, ±0.25, ±0.125, ±0.005.
Qual a conclusão que você chega quando $h \to 0$?

4. Represente geometricamente as curvas definidas em coordenadas polares abaixo, plotando-as para alguns valores de $t \in \Re$ e construindo a grade de representação:
r = 2t; r = 2 cos(t); $r = e^{2t}$; r = 2(1 + cos(t)); $r = 2\sqrt{\cos(2t)}$; r = 2 sen(2t); r = 2 sen(3t) e verifique o número de pétalas para r = 2 sen(nt), n par ou ímpar.