

Introdução

A matemática vem contribuindo para o desenvolvimento humano ao longo de toda a sua história. A Geometria e a Álgebra tiveram papel fundamental na solução de problemas desde o início de seus desenvolvimentos, porém alguns problemas continuavam sem solução: aqueles que tratavam do movimento. E já era sabido que o Universo e todos os seus habitantes estavam em constante movimento. E motivados por entender o que está variando constantemente e nem sempre do mesmo modo, muitos matemáticos se dedicaram ao estudo do que se chamou de Cálculo. Assim, de um modo geral, podemos dizer que o Cálculo é a área da Matemática que trata de variações, ou seja, do estudo de grandezas variáveis. Parece complicado, mas convivemos com isso diariamente e um exemplo bem simples é o estudo do deslocamento de um corpo. Se dissermos que um carro percorreu uma determinada distância, por exemplo, 100 km, em uma hora, dizemos que sua velocidade média foi de 100 km/h, porém isso não significa que ele se manteve sempre na mesma velocidade. Em alguns momentos ele pode ter atingido 120 km/h e em outros, 70, 80 km/h. Isso quer dizer que a sua velocidade não foi constante, e sim, variável ao longo desta hora, ou seja, ocorreu um processo de aceleração, sendo que em alguns momentos ele acelerou mais e em outros, menos, ou desacelerou. Isso parece óbvio para nós que estamos acostumados com os velocímetros dos carros mostrando, **a cada instante**, qual a sua velocidade. Mas como é feito o cálculo da velocidade instantânea mostrada no velocímetro? Esta é apenas uma das muitas questões que o Cálculo ajuda a resolver.

Embora atribuído independentemente a Newton (1642-1727) e a Leibniz (1646-1716), o Cálculo foi, na verdade, o resultado do esforço de muitos matemáticos que ao longo da história foram lançando sementes e desenvolvendo idéias que culminaram no que hoje estudamos. Dentre estas idéias podemos citar os *Paradoxos de Zenão* (450 a.C.) que introduziram a idéia de infinito e infinitésimos; o *Método de Exaustão de Eudoxo* (370 a.C.) que permitiu o cálculo da área de um círculo conhecido, a partir da soma da área de um número muito grande de polígonos inscritos nele; o *Método de Equilíbrio de Arquimedes* (287-212 a.C.) que fornecia a fórmula para áreas e volumes (da esfera, cilindro e cone, por exemplo) a partir de um número muito grande de tiras planas ou fatias paralelas finas – este trabalho, contido em “O Método”, só chegou à Europa Ocidental por volta de 1450; o *Método dos Indivisíveis* de Cavalieri (1598-1647) que também tratava do cálculo de área e volumes; *Método de Fermat* (publicado em 1629) que trata da determinação de máximos e mínimos de uma função através do estudo da derivada. Fermat descobriu também um procedimento

geral para determinar a tangente por um ponto de uma curva cuja equação cartesiana é dada; as idéias de integral de potências com expoentes fracionários e negativos, bem como o comprimento de um elemento de arco de uma curva através de diferenciais, desenvolvidos por Wallis (1616-1703), um dos precursores imediatos de Newton; *Lectiones opticae et geometricae* escrito por Barrow (1630-1677), outro precursor de Newton, onde se encontra uma abordagem muito próxima do processo moderno de diferenciação; e finalmente Newton, na Inglaterra e Leibniz, na Alemanha, partindo de todas estas idéias, desenvolveram e formalizaram o que hoje chamamos de Cálculo Diferencial e Integral, incluindo a ligação existente entre a integração e a diferenciação. Segundo a história, Newton desenvolveu sua teoria entre 1665 e 1667, porém não a publicou neste período. Leibniz teria desenvolvido um pouco depois, por volta de 1672.

Como podemos notar, embora hoje seja natural aprender primeiro as idéias de derivadas e depois de integrais, os seus desenvolvimentos ocorreram na ordem inversa, ou seja, primeiro foi desenvolvida a parte de integração, depois de diferenciação e depois ainda, a percepção de que ambas estavam relacionadas, sendo uma a inversa da outra. Este feito é atribuído a Leibniz. Para saber mais sobre esta história, indicamos as referências [3], [5] e [11], listadas no final desta Introdução.

Estas notas de aula foram elaboradas com o intuito de auxiliar os alunos do Instituto de Química da UNESP de Araraquara no acompanhamento das disciplinas Cálculo Diferencial e Integral I e Matemática I. Embora cubra todo o conteúdo programático destas disciplinas, não tem a pretensão de substituir um livro didático nem traz o rigor inerente da linguagem matemática e suas demonstrações. Pelo contrário, sempre que possível foi escolhida a linguagem coloquial e as demonstrações foram praticamente omitidas, focando a compreensão dos conceitos, o domínio das operações e a aplicação dos resultados, o que não significa que o aluno não deva ter contato com a teoria formal, demonstrada e aprofundada. Pelo contrário, o aprofundamento de cada tópico é substancial para a formação do estudante e deve ser feito através do estudo em livros. Para isso, sugerimos uma relação itens nas referências bibliográficas, que deve ser consultada e estudada ao longo do semestre. Nela se baseiam estas notas.

Agradeço a valiosa colaboração do Prof. Dr. Antonio Roberto Babo, do Departamento de Matemática da Faculdade de Ciências da Unesp de Bauru, na a realização deste trabalho.

Recomendamos aos estudantes rigorosa assiduidade no estudo dos Cálculos, pois, como toda a matemática, apresenta uma ordem crescente de dificuldades e sempre dependente dos assuntos

estudados anteriormente. Portanto, **nunca deixe para estudar na semana da prova !!!!** Também nunca comece a resolver exercícios sem antes ter estudado a teoria na qual se baseiam e sem ter refeito todos os exemplos. Este é o segredo para obter êxito na solução dos exercícios propostos.

Bom Estudo !!!!!

Referências Bibliográficas:

- [1] AGUIAR, A.F.A., XAVIER, A.F.S., RODRIGUES, J.E.M., Cálculo Para Ciências Médicas e Biológicas. Editora Harbra, São Paulo, 1988.
- [2] BOULOS, P, Cálculo Diferencial e Integral, vol. 1, Makron Books, 1999.
- [3] BOYER, C. B., História da Matemática, Ed. Edgard Blucher, 1986.
- [4] BRADLEY, G. L., HOFFMANN, L. D. Cálculo – Um curso Moderno e suas Aplicações, , 7^a edição, LTC, 2002.
- [5] EVES, H., Introdução à História da Matemática, Editora da Unicamp, 2004.
- [6] Gonçalves, M. B., Flemming, D. M., Cálculo A., 5^a edição, Makron Books, 1992.
- [7] LEITHOLD, L., O Cálculo com Geometria Analítica, vol. 1, 3^a edição, Harbra, 1990.
- [8] STEWART, J. Cálculo, vol 1, 5^a edição, Pioneira Thomson Learning, São Paulo, 2005.
- [9] SWOKOVSKI, E.W., Cálculo com Geometria Analítica, vol. 1, 2^a edição, Makron Books, 1995.
- [10] THOMAS, G. B., Cálculo, vol 1, 10^a edição, Pearson Education do Brasil, São Paulo, 2002.
- [11] www.cepa.if.usp.br/e-calculo
- [12] www.dmm.im.ufrj.br/projeto/precalculo/indice.htm
- [13] <http://math.exeter.edu/rparris> (site para download do programa winplot)
- [14] <http://w3.unesp.br/unespfree/> (site da Unesp para download de programas livres)